PENENTUAN CADANGAN PREMI UNTUK ASURANSI *JOINT LIFE* DWIGUNA MURNI BERJANGKA DENGAN METODE RETROSPEKTIF

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Meraih Gelar
Sarjana Matematika (S.Mat.) pada Prodi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN-Alauddin Makassar

Oleh:

<u>HASRULLAH</u>
NIM: 60600112051

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI ALAUDDIN
MAKASSAR
2019

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan penuh kesadaran, penyusun yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi ini benar adalah hasil karya penyusun sendiri, jika dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan duplikat, tiruan, plagiat, atau dibuat oleh orang lain secara keseluruhan maka skripsi dan gelar yang diperoleh karenanya batal demi hukum.

Samata-Gowa, 28 maret 2019

Penyusun,

Hasrullah
NIM: 60600112051

PENGESAHAN SKRIPSI

Skripsi yang berjudul "Penentuan Cadangan Premi untuk Asuransi Joint Life Dwiguna Murni Berjangka dengan Metode Retrospektif", yang disusun oleh Saudara **Hasrullah**, Nim: **60600112051** Mahasiswa Jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar, telah diuji dan dipertahankan dalam sidang *munaqasyah* yang diselenggarakan pada hari Kamis tanggal **28 Maret 2019 M**, bertepatan dengan **21 Rajab 1440 H**, dinyatakan telah dapat diterima sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat).

Makassar, 28 Maret 2019 M / 21 Rajab 1440 H

DEWAN PENGUJI

Ketua	: Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag.	(.....................)
Sekretaris	: Risnawati Ibnas, S.Si., M.Si.	(.....................)
Munaqisy I	: Ilham Syata, S.Si., M.Si.	(.....................)
Munaqisy II	: Muh. Rusydi Rasyid, S.Ag., M.Ed.	(.....................)
Pembimbing I	: Wahidah Alwi, S.Si., M.Si.	(.....................)
Pembimbing II	: Sri Dewi Anugrawati, S.Pd., M.Sc.	(.....................)

Diketahui oleh:
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Alauddin Makassar

Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag
Nip. 19691205 199303 1 001

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيْمِ

Alhamdulillahi rabbil alamin, segala puji bagi Allah swt. yang tiada henti-hentinya melimpahkan rahmat, hidayah, nikmat iman, nikmat Islam, dan nikmat kesehatan kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini melalui proses yang panjang. Shalawat dan salam kepada Rasul Allah, Muhammad saw., kepada keluarga beliau, sahabat beliau, tabi’in, dan tabi’ut tabi’in. Beliaulah rahmatan lil alamin, yang telah mengantarkan kita menuju jalan yang benar. Penulis menyadari bahwa ada banyak kekurangan yang terdapat dalam skripsi ini. Oleh karena itu, penulis bersikap positif dalam menerima saran maupun kritikan yang sifatnya membangun.

Melalui tulisan ini pula, penulis menyampaikan ucapan terimakasih yang teristimewa kepada kedua orang tua tercinta (**Ayahanda Hasan dan Ibunda Patima**), kakak-kakakku (**Hasmiwati, Hasmal, dan Jamal**), adikku (**Hasriani Nur**), kakak iparku (**Manyulleang dan Suharlina**), serta keluarga besar yang telah mengasuh, membesarkan, dan mendidik penulis dengan limpahan kasih sayangnya. Doa’ restu dan pengorbanannya yang tulus dan ikhlas yang selalu mengiringi setiap jejak langkah penulis dalam perjuangan meraih masa depan yang bermanfaat.

Penulis juga menyadari tanpa adanya bantuan dan partisipasi dari berbagai pihak, skripsi ini tidak mungkin dapat terselesaikan seperti yang diharapkan. Oleh karena itu, penulis patut menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Musafir Pababbari, M.Si., Rektor UIN Alauddin Makassar beserta Wakil Rektor I, II, III, dan IV.
2. Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag., Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar beserta Wakil Dekan I, II, dan III.
3. Irwan, S.Si., M.Si., dan Wahidah Alwi, S.Si., M.Si., Ketua dan Sekretaris Jurusan Matematika UIN Alauddin Makassar.
4. Wahidah Alwi, S.Si., M.Si., dan Sri Dewi Anugrawati, S.Pd., M.Sc., Dosen Pembimbing yang secara konkrit memberikan bantuannya dalam penyusunan skripsi ini.
5. Risnawati Ibnas, S.Si., M.Si., Muh. Irwan S.Si., M.Si., Ilham Syata, M.Si., Muh. Rusdy Rasyid, S.Ag., M.Ed., Selaku Dewan Penguji atas segala pengertian, perhatian, dan kerjasamanya.
6. Para dosen, karyawan, dan karyawati Fakultas Sains dan Teknologi yang secara konkrit memberikan bantuannya baik langsung maupun tidak langsung terkhusus di Jurusan Matematika.
7. Rekan-rekan seperjuangan dan semua teman-teman Matematika angkatan 2012 terutama Matematika B, yang banyak memberikan warna selama belajar di UIN-Alauddin Makassar.
8. Keluarga besar Pondok Kanal Indah, Pondok Soppeng, yang telah memberikan penawar rasa stress.

9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang telah banyak memberikan sumbangsih kepada penulis selama kuliah hingga penulisan skripsi ini.

Akhirnya, harapan penulis semoga tulisan ini bermanfaat bagi pengajaran matematika dan semoga bantuan yang telah diberikan bernilai ibadah di sisi Allah swt. dan mendapat pahala yang setimpal. Aamiin.

Samata-Gowa, 28 maret 2019

<u>Hasrullah</u>

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

x : usia pemegang polis dari laki-laki.

y : usia pemegang polis dari perempuan.

i : tingkat suku bunga.

n : lama penanggungan.

d : faktor diskonto.

$s(x)$: fungsi survival

$s(x+n)$: fungsi hidup x mencapai $x+n$.

$T(x)$: sisa usia hidup dari x.

${}_{n}p_{x}$: peluang x hidup mencapai $x+n$ tahun.

${}_{n}p_{xy}$: peluang gabungan x dan y hidup mencapai n tahun.

${}_{n}q_{x}$: peluang x meninggal sebelum berusia $x+n$ tahun.

${}_{n}q_{xy}$: peluang salah-satu diantara x dan y meninggal sebelum berusia $x+n$ dan $y+n$.

${}_{t|u}q_{x}$: peluang x meninggal pada usia antara $x+t$ dan $x+t+u$.

${}_{k|}q_{x}$: peluang x meninggal pada usia antara $x+k$ dan $x+k+1$.

${}_{n}d_{x}$: jumlah orang meninggal antara usia x dan $x+n$.

l_x : jumlah orang yang berusia x tahun.

l_y : jumlah orang yang berusia y tahun.

l_{xy} : fungsi hidup gabungan orang yang berusia x dan y tahun.

v^x : nilai tunai pembayaran yang berusia x tahun.

v^{x+1} : nilai tunai pembayaran yang berusia $x+1$ tahun.

$v^{\frac{1}{2}(x+y)}$: nilai tunai rata-rata pembayaran gabungan berusia x dan y tahun.

$v^{\frac{1}{2}(x+y)+1}$: nilai tunai rata-rata pembayaran gabungan berusia $x + 1$ dan $y + 1$.

D_x : komutasi dari nilai v^x dengan l_x .

D_{xy} : komutasi dari nilai $v^{\frac{1}{2}(x+y)}$ dengan $l_{x\,y}$

C_x : komutasi dari nilai v^{x+1} dengan d_x.

C_{xy} : komutasi dari nilai $v^{\frac{1}{2}(x+y)+1}$ dengan d_{xy}.

N_x : komutasi nilai akumulasi D_{x+k} dengan $k = 0$ sampai w.

N_{xy} : komutasi nilai akumulasi $D_{x+k:y+k}$ dengan $k = 0$ sampai w.

M_x : komutasi nilai akumulasi C_{x+k} dengan $k = 0$ sampai w.

M_{xy} : komutasi nilai akumulasi $C_{x+k:y+k}$ dengan $k = 0$ sampai w.

R_{xy} : komutasi nilai akumulasi $k + 1C_{x+k:y+k}$ dengan $k = 0$ sampai w.

$\ddot{a}_{\overline{n|}}$; : nilai tunai anuitas tentu awal berjangka n tahun..

$a_{\overline{n|}}$: nilai tunai anuitas tentu anuitas akhir berjangka n tahun.

$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$: nilai tunai anuitas hidup awal berjangka n tahun.

$\ddot{a}_{xy:\overline{n|}}$: nilai tunai anuitas hidup awal *joint life* berjangka n tahun.

$a_{x:\overline{n|}}$: nilai tunai anuitas hidup akhir berjangka n tahun.

$a_{xy:\overline{n|}}$: nilai tunai anuitas hidup akhir *joint life* berjangka n tahun.

${}_{n|}\ddot{a}_x$: nilai tunai anuitas hidup seumur hidup awal dari x yang ditunda n tahun.

${}_{n|}\ddot{a}_y$: nilai tunai anuitas hidup seumur hidup awal dari y yang ditunda n tahun.

${}_{n|}a_x$: nilai tunai anuitas hidup seumur hidup akhir dari x yang ditunda n tahun.

$_{n|}a_y$: nilai tunai anuitas hidup seumur hidup awal dari y yang ditunda n tahun.

A : uang yang dibayarkan perorangnya.

$A^1_{x:\overline{n}|}$: premi tunggal asuransi berjangka n tahun.

$A^1_{xy:\overline{n}|}$: premi tunggal asuransi jiwa *joint life* berjangka n tahun.

$A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$: premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni berjangka n tahun.

$A_{xy:\overset{1}{\overline{n}|}}$: premi tunggal asuransi jiwa *joint life* dwiguna murni berjangka n tahun.

$(IA)^1_{x:\overline{n}|}$: premi tunggal asuransi jiwa berjangka n tahun dengan *benefit* meningkat.

$(IA)^1_{xy:\overline{n}|}$: premi tunggal asuransi jiwa *joint life* berjangka n tahun dengan *benefit* meningkat.

$P\left(A^1_{x:\overline{n}|}\right)$: premi tahunan asuransi berjangka n tahun.

$P(A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}})$: premi tahunan asuransi jiwa dwiguna murni berjangka n tahun.

$P\left(A^1_{xy:\overline{n}|}\right)$: premi tahunan asuransi jiwa *joint life* berjangka n tahun.

$P(A_{xy:\overset{1}{\overline{n}|}})$: premi tahunan asuransi jiwa dwiguna murni berjangka n tahun.

Q : jumlah santunan.

Q_x : jumlah pertanggungan yang diterima y.

Q_y : jumlah pertanggungan yang diterima x.

$\left(k_{n-1}.\ _{n-1}V + l_{xy}.P\right)(1+i)$: seluruh dana yang berasal dari tahun ke $n-1$ kemudian dibungakan selama setahun.

$n.P.\ _{n.}d_{xy}$: jumlah uang pertanggungan yang dibayarkan pada akhir tahun ke n kepada ahli waris salah satu atau kedua peserta asuransi meninggal sebelum kontrak asuransi berakhir.

k_n	: jumlah kemungkinan x dan y masih hidup pada akhir tahun ke n ditambah jumlah kemungkinan salah satu x dan y hidup dan meninggal sebelum mencapai akhir tahun ke n.
${}_nV$	: jumlah cadangan dalam n tahun.

ABSTRAK

Nama : Hasrullah
NIM : 60600112051
Judul : Penentuan Cadangan Premi Untuk Asuransi *Joint Life* Dwiguna Murni Berjangka Dengan Meteode Retrospektif

---

Penelitian ini membahas tentang penentuan cadangan premi untuk asuransi *joint life*.dwiguna murni berjangka dengan metode retrospektif. Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan besarnya cadangan premi asuransi *joint life* pada asuransi dwiguna murni berjangka n tahun dengan metode retrospektif dengan jumlah tertanggungnya terdiri dari sepasang suami-istri, dimana usia awal suami 30 tahun dan istri 28 tahun dengan batas pembayaran dan penanggungan selama 20 tahun dengan tingkat bunga 6% pertahunnya dengan santunan sebesar $Rp. 100.000.000$ jika keduanya hidup mencapai akhir tahun kontrak dan uang pertanggungan sebesar $Rp. 50.000.000$ yang diperoleh peserta asuransi diakhir tahun kontrak dengan syarat jika salah satu dari keduanya meninggal dunia sebelum mencapai akhir tahun kontrak. Hasil perhitungan cadangan preminya didapatkan selama 20 tahun yaitu sebesar $Rp. 102.742.094{,}3398$ dengan besar premi pertahunnya yang diperoleh adalah konstan dibayarkan sampai akhir tahun kontrak sebesar $Rp. 2.605.709{,}2833$. Jumlah premi tersebut sudah mencakup dari kemungkinan kedua pertanggungan tersebut.

Kata kunci: *Asuransi joint life, Premi Tahunan, Cadangan, Metode Retrospektif.*

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Masa depan yang tidak terprediksi secara akurat memunculkan rasa cemas pada keadaan seseorang dimasa yang akan datang dengan berbagai kemungkinan bahaya atau akibat yang sangat fatal terjadi, seperti kecelakaan yang mengakibatkan cacat maupun kematian. Berdasarkan alasan inilah asuransi hadir untuk menjawab kekhawatiran tersebut, yaitu dengan mengambil alih resiko seseorang dengan syarat-syarat tertentu yang harus disepakati antara pihak penanggung dan tertanggung dengan ketentuan tertanggung (pemegang polis) memberikan pembayaran berupa premi kepada penanggung (perusahaan asuransi) agar bisa mendapatkan haknya berupa pertanggungan sewaktu terjadi klaim dari pihak tertanggung. Asuransi atau pertanggungan menurut kitab Undang-undang Hukum Perniagaan atau Wetboek van Koophandel Pasal 246 adalah suatu perjanjian, dengan mana seseorang penanggung mengikatkan diri kepada seseorang tertanggung, dengan menerima suatu premi untuk memberikan penggantian kepadanya karena suatu kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, yang mungkin akan dideritanya karena suatu peristiwa yang tak tentu.[1] Pengertian ini merupakan sudut pandang yang dilihat dari sisi hukum. Asuransi dapat dilihat dari sudut berbagai macam pandang, seperti sudut pandang ekonomi, sudut pandang bisnis, sudut pandang sosial maupun sudut pandang matematika.

[1] A. Hasymi Ali, *Pengantar Asuransi* (Jakarta: Bumi Aksara, 2003), h. 3.

Seiring perkembangan zaman kebutuhan manusia semakin meningkat dan jenis pekerjaan mereka semakin bervariasi dan mempunyai tingkat resiko yang berbeda-beda. Karenanya, perusahaan asuransi dituntut mampu menghadapi klaim yang sewaktu-waktu terjadi. Banyak perusahaan mengalami kerugian akibat ketidakmampuannya menetapkan tarif premi. Harus diketahui bahwa yang berperan penting dalam upaya penentuan tarif premi pada perusahaan asuransi yaitu diserahkan kepada aktuaris perusahaan. Aktuaris adalah orang yang berpendidikan matematika bertanggungjawab untuk meramu data keuangan dan statistika yang mempengaruhi tarif premi asuransi jiwa (atau kesehatan). Penetapan tarif yang realistik merupakan salah satu fungsi yang rawan dalam perusahaan asuransi jiwa, tarif harus cukup tinggi untuk meliput beban pembayaran manfaat dan operasi perusahaan tetapi cukup rendah sehingga kompetitif dengan tarif perusahaan asuransi lain.[2] Tarif inilah yang harus dibayarkan oleh pihak tertanggung sewaktu mengikatkan diri pada salah satu perusahaan asuransi, yang kita kenal sebagai premi. Kumpulan dari premi ini yang akan membentuk dana *(fund)* yang merupakan pembentuk utama cadangan asuransi.

Banyak perusahaan asuransi yang bermasalah dalam tata-kelola cadangannya, sehingga menyebabkan sebagian dari asuransi jiwa bangkrut dan sebagian yang lain harus menunda pembayaran manfaat kepada peserta pengaju klaim *(claimer)*. Salah satunya perusahaan Asuransi Jiwa Bersama Bumiputra yang berdiri sejak tahun 1912 dengan nomor izin usaha KEP-070/KM.13/1988,

---

[2]Didi Achdijat, *Teknik Pengelolaan Asuransi Jiwa* (Jakata: Gunadarma, 1993), h. 75

diantara penyebabnya adalah mekanisme *governance* kurang baik karena masih kental sikap nepotisme, mengalami gap antara asset dan klaim (premi dan klaim) dan salah satunya diberlakukannya *reversionary* bonus, bonus yang tidak dibayarkan secara tunai namun dibayarkan bersama dengan uang pertanggungan. jika perusahaan asuransi memperoleh laba dari investasinya maka pemegang polis juga mendapatkan bunga dan bonus dari perjanjian.[3]

Beberapa penelitian telah dilakukan terkait masalah cadangan dan model premi untuk asuransi *joint life* guna membantu perusahaan asuransi dalam mencari solusi yang tepat dalam menerapkan peletakan kebijakan. Penelitian tersebut diantaranya oleh Ihsan Kamal dkk pada Tahun 2010 dengan judul "Penentuan Premi Tahunan pada Asuransi *Joint Life* dengan menggunakan anuitas *Reversionary*", dengan hasil penelitian bahwa asuransi jiwa bersama atau *joint life* yang dikombinasikan dengan anuitas reversionary merupakan kontrak asuransi yang dilanjutkan oleh peserta asuransi setelah salah satu dari peserta asuransi meninggal dunia dan ahli waris mendapatkan santunan, tetapi peserta yang masih hidup akan tetap melanjutkan pembayaran premi hingga akhir kontrak dengan asuransi dengan status *joint life*. Pada dasarnya, premi yang harus dibayarkan peserta asuransi jiwa bergantung pada usia masuk peserta, besarnya uang pertangungan dan suku bunga.[4]

Penelitian selanjutnya oleh Bela Yosia pada Tahun 2016 dengan judul "Penentuan Premi Tahunan Konstan dengan Cadangan *Benefit* pada Asuransi

---

[3] Liputang6. *Bisnis*. https://www.liputan6.com/bisnis/read/2849322/ini-faktor-bikin-ajb-bumiputera-kena-masalah./#Diakses tanggal 20 oktober 2018

[4] Ihsan Kamal, dkk, *Penentuan Premi Tahunan pada Asuransi Joint Life dengan Menggunakan Anuitas Reversionary*,vol.3, No. 4, Jurnal Matematika (Padang: FMIPA Universitas Andalas, 2010). h. 120

Joint Life”, dengan hasil penelitian bahwa nilai dari premi tahunan konstan pada asuransi dwiguna murni tentukan berdasarkan lamanya kontrak asuransi dan usia peserta saat mengikuti asuransi, semakin meningkatnya usia dari peserta asuransi maka besarnya premi tahunan konstannya semakin menurun. Kemudian berdasarkan usia peserta saat mengikuti asuransi, bahwa besarnya premi tahunan konstan dari asuransi dwiguna murni akan meningkat seiring dengan pertambahan usia peserta saat mengikuti asuransi. Selanjutnya persoalan cadangan asuransi *joint life* dwiguna murni akan terus mengalami peningkatan pada saat pembayaran premi karna besarnya premi yang diterima melebihi dari pada uang pertanggungan yang dibayarkan. Kemudian setelah tidak ada lagi pembayaran premi maka besarnya cadangan *benefit* akan menurun karena perusahaan asuransi sudah tidak menerima pembayaran premi namun harus tetap membayarkan uang pertanggungan setiap tahunnya.[5]

Asuransi *joint life* menanggung dua jiwa atau lebih dalam satu polis asuransi. Asuransi *joint life* sangat berguna bagi pelindung keuangan sepasang suami istri jika salah seorang dari keduanya meninggal selama waktu perlindungan, maka pasangan akan menerima santunan. Sebagian besar pasangan memilih asuransi *joint life* karena pembayaran preminya lebih murah dari pada membeli dua buah polis asuransi jiwa tunggal atau perorangan.

Cadangan premi sebagai kewajiban artinya perusahaan harus menyimpan jumlah uang cadangan sebagai hutang dalam neraca bukan kekayaan yang disisihkan untuk meyakinkan pemilik polis bahwa terdapat dana tambahan yang

---

[5]Bella Yosia, *Penentuan Premi Tahunan Konstan dan Cadangan Benefit pada Asuransi Joint life*, Skripsi (Bogor: FMIPA Universitas Pertanian Bogor, 2016). h. 30.

dimiliki perusahaan asuransi yang disediakan untuk pembayaran manfaat asuransi. Perlunya cadangan yaitu jika terjadi kerugian aktual dalam pertahunnya dapat ditutupi dengan menggunakan dana ini, tanpa harus menaikkan tingkat premi. Cara perhitungan cadangan premi terdiri atas 3 metode, yaitu; cadangan retrospektif, cadangan prospektif, dan fickler. Namun dalam penelitian ini cadangan premi yang akan dibahas adalah cadangan premi dengan menggunakan metode retrospektif. Perhitungan secara retrospektif merupakan perhitungan cadangan premi berdasarkan jumlah total pendapatan diwaktu yang lampau sambil dilakukan perhitungan cadangan, dikurangi dengan jumlah pengeluaran diwaktu yang lampau.

Berdasarkan latar belakang di atas maka penulis tertarik meneliti judul penelitian "Penentuan Cadangan Premi untuk Asuransi *Joint Life* Dwiguna Murni Berjangka dengan Metode Retrospektif."

B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah berapa besar cadangan premi pada asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian adalah mendapatkan besarnya cadangan premi asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka.

D. Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penulisan tugas akhir ini adalah:

1. Bagi Peneliti

   Memberikan penambahan khasanah keilmuan terhadap materi asuransi jiwa.

2. Bagi Pembaca

   Penulisan ini diharapkan dapat menjadi bahan acuan referensi, khususnya matakuliah matematika aktuaria.

3. Bagi Instansi

   Instansi yang dimaksud adalah perusahaan asuransi, diharapkan dapat menjadi dasar peletakan kebijakan bagi perusahaan asuransi jiwa yang menerapkan asuransi *joint life*.

E. Batasan Masalah

Agar pembahasan pada penelitian berfokus pada masalah yang diujikan, maka penelitian ini dibatasi dalam beberapa hal, antara lain:

1. Jenis asuransi yang digunakan dalam penelitian adalah asuransi dwiguna murni berjangka, yang santunannya dibayarkan pada akhir tahun kontrak.
2. Anuitas yang digunakan dalam penelitian ini adalah diskrit, yaitu terdapat jarak waktu yang sama antara pembayaran pertama dan berikutnya .
3. Tingkat suku bunga yang digunakan sesuai dengan tingkat suku bunga yang berlaku yang diterapkan oleh Bank sentral Indonesia saat dilakukkannya penelitian ini.
4. Premi yang dihitung merupakan premi tunggal bersih, yaitu premi yang dihitung tanpa memperhatikan faktor biaya, dan hanya memperhatikan peluang meninggal (mortalita) dan tingkat bunga saja.
5. Premi tahunan bersifat konstan yaitu besarnya premi tetap dari awal dimulainya asuransi hingga akhir kontrak asuransi.

F. Sistematika Penulisan

1. Bab I Pendahuluan, bab ini memuat latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah dan sistematika penulisan.
2. Bab II Tinjauan Pustaka, bab ini memuat tingkat bunga, fungsi kelansungan hidup, peluang waktu sisa hidup, peluang hidup dan meninggal untuk orang berusia x tahun, jumlah tahun lengkap orang berusia x tahun, tabel mortalitas, hubungan table mortalitas dengan fungsi survival, table mortalitas *joint life*, simbol komutasi, anuitas, premi, dan cadangan premi.
3. Bab III Metode Penelitian, bab ini memuat jenis penelitian, lokasi dan waktu penelitian, jenis dan sumber data, variabel dan definisi variabel dan prosedur penelitian.
4. Bab IV Hasil dan Pembahasan, bab ini berisi langkah-langkah beserta penjelasannya dalam mencari nilai cadangan premi asuransi *joint life* dengan meteode retrospektif.
5. Bab V Penutup, bab ini berisi kesimpulan penelitian dan saran bagi peneliti selanjutnya.

   Lampiran-lampiran.

   Daftar Pustaka

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bagian ini ditampilkan teori-teori dasar yang dilakukan untuk dapat menyederhanakan permasalahan dan mempermudah proses perhitungan nilai cadangan asuransi, yaitu sebagai berikut:

A. Tingkat Bunga *(Interest Rate)*

Tingkat bunga berbeda dengan bunga, tingkat bunga mengandung arti perbandingan bunga yang diperoleh dengan jumlah pokok yang di investasikan. Sedangkan bunga adalah pengembalian yang dilebihkan sebagai balas jasa atas uang yang telah digunakan.[6] Diterapkannya konsep bunga didalam perusahaan asuransi agar dapat menutupi pembebanan premi, sebab didalam pembayaran premi pun unsur bunga ikut dihitung.[7] Tentu hal ini berkaitan dengan adanya klaim dikemudian hari, olehnya itu pembayaran premi dilakukan sebelum adanya klaim dari tertanggung. Adanya premi bagi perusahan asuransi yaitu sebagai akumulasi yang membentuk dana untuk diinvestasikan dengan harapan mampu menutupi pembabanan premi dari pihak tertanggung sewaktu terjadi klaim maka perusahaan dengan mudah untuk membayarnya dan sekaligus untuk menutupi biaya-biaya operasional perusahaan asuransi. Jadi, bunga bisa bermakna sebagai bagian dari keuntungan perusahaan.

---

[6] Aida Yulia. *Matematika Keuangan*. (Banda Aceh: Fakultas Ekonomi Universitas Syiah Kuala Darussalam). h. 25.

[7] Drs. H. Abbas Salim, MA. *Asuransi dan Manajemen Resiko.* (Jakarta: PT. RajaGrafindo Persada: 2000). h. 45.

Bunga dibagi menjadi dua jenis yang selalu dipergunakan di dalam berbagai jenis perbankan, terutama perbankan konvensional Indonesia yaitu sebagai berikut:

a. Bunga biasa *(Simple interest)*

Bunga biasa adalah jumlah bunga yang peroleh berdasakan jumlah pokok yang diinvestasikan atau perolehan bunga yang hanya bergantung pada pokok investasi. Rumus untuk mendapatkan bunga sederhana adalah sebagai berikut:

$$I = Pin \tag{2.1}$$

Setelah n tahun maka jumlah yang diinvestasikan menjadi seperti berikut:

$$S = P + I$$

$$S = (P + Pin)$$

$$S = P(1 + in) \tag{2.2}$$

Keterangan:

I = Jumlah bunga *(Interest)*

P = Pokok Investasi

i = Tingkat suku bunga *(Interest Rate)*

n = Jangka waktu.

S = Total Investasi beserta bunganya *(amount)*

b. Bunga Majemuk

Bunga majemuk adalah akumulasi dari pokok investasi yang merupakan total *amount* dari keseluruhan investasi tersebut, yang dipengaruhi oleh tingkat bunga dan jangka waktu. Sedangkan majemuk itu mengandung arti pengkonversian waktu dalam tingkat bunga kedalam periode tertentu seperti misalnya; tahunan *(annually)*, semesteran *(semi annually)*, perempat bulan *(quarterly)*, bulanan *(monthly)*.[8] Singkatnya bunga majemuk adalah bunga yang dibungakan dari pokok bersama bunganya yang lalu. Misalnya jumlah pokok P diinvestasikan pada salah satu bank dengan bunga i kemudian dimajemukkan setiap pertahunnya, maka besarnya jumlah pokok ditambah dengan perolehan bunganya setelah n tahun adalah sebagai berikut:

1. Bunga tahun pertama, adalah $i \times P$, sehingga diperoleh jumlahan pokok P beserta bunganya adalah Pi , yaitu sebagai berikut:

$$P + Pi = P(1 + i) \tag{2.3}$$

2. Bunga tahun kedua, adalah $i \times P(1 + i)$, sehingga jumlahan pokok investasi tahun pertama $P + Pi$ beserta bunganya $iP(1 + i)$, yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(1 + i) \times i \times P(1 + i) &= P(1 + i)[P + Pi] \\ &= P(1 + i)(1 + i) \\ &= P(1 + i)^2 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Setelah n tahun, maka total investasi yang di investasikan menjadi seperti berikut:

$$S = P(1 + i)^n \tag{2.5}$$

Keterangan:

I = Jumlah bunga *(Interest)*

P = Pokok investasi *(Principle)*

i = Tingkat suku bunga *(Interest Rate)*

n = Jangka waktu pembayaran

---

[8] Aida Yulia. *Matematika Keuangan*. h. 48.

S = Total pembayaran beserta bunganya *(amount)*

B. Fungsi Kelangsungan Hidup *(Survival Function)*

Misalkan X merupakan variabel *random* kontinu yang menyatakan usia hingga terjadinya kematian dari suatu kelahiran. Apabila $F_X(x)$ merupakan fungsi distribusi dari X, maka:

$$F_X(x) = Pr(X \leq x) \qquad x \geq 0 \tag{2.6}$$

Yang berarti seseorang akan meninggal sebelum mencapai usia x. Selanjutnya, kita definisikan fungsi survival $s(x)$ sebagai suatu peluang yang menyatakan bahwa seseorang akan bertahan hidup mencapai usia x, yaitu:

$$s(x) = \Pr(X > x), \qquad x \geq 0 \tag{2.7}$$

$$s(x) = 1 - F_X(x), \qquad x \geq 0 \tag{2.8}$$

Selanjutnya, kita mengasumsikan bahwa peluang seseorang yang lahir dan kemudian meninggal pada usia 0 tahun ialah nol, yaitu $F_X(0) = 0$. maka,akan diperoleh $s(0) = 1$, artinya peluang seseorang yang lahir akan tetap hidup dalam usia 0 tahun adalah 1. Yaitu;

$$\begin{aligned} Pr(x < X \leq z) &= Pr(X \leq z) - Pr(X \leq x) \\ &= 1 - s(z) - \big(1 - s(x)\big) \\ &= s(x) - s(z)^{9} \end{aligned} \tag{2.9}$$

C. Peluang Waktu Sisa Hidup

Pada dunia perasuransian, jarang sekali ditemukan seorang yang baru lahir bayi atau orang yang berusia 0 tahun langsung diikutsertakan dalam suatu asuransi

[9] Newton L.Bowers,Jr, dkk, *Actuarial Mathematics* (Scaumburg Illinois: The Society of Actuaries, 1997), h. 52.

jiwa, namun orang-orang yang sudah berusia $(x > 0)$ biasanya mengikuti program asuransi jiwa. Dengan fungsi survival peluang seseorang yang berusia x tahun akan meninggal pada usia antara x dan z dimana $z > x$ dapat dituliskan:

$$Pr(x < X \leq z|X > x) = \frac{Pr(x<X\leq z)}{Pr(X>x)}$$

$$= \frac{F_X(z)-F_X(x)}{1-F_X(x)}$$

$$= \frac{S(x)-S(z)}{S(x)} \quad (2.10)$$

D. Peluang Hidup dan Meninggal Orang Berusia x tahun

Apabila kita definisikan (x) sebagai usia seseorang saat mengikuti produk asuransi jiwa, sisa usia (x), yaitu $X - x$ dapat dinotasikan dengan $T(x)$.[10] Notasi $T(x)$ yang selanjutnya akan kita gunakan dalam pernyataan-pernyataan berikut:

Peluang untuk seseorang yang berusia (x) akan meninggal sebelum usia $(x + t)$ dinyatakan dengan:

$${}_tq_x = Pr(T(x) \leq t), t \geq 0 \quad (2.11)$$

Peluang seseorang berusia x tahun akan bertahan hidup mencapai usia $(x + t)$ dinyatakan dengan:

$${}_tp_x = 1 - {}_tq_x = \Pr(T(x) > t), \qquad t \geq 0 \quad (2.12)$$

Sementara itu, untuk bayi yang berusia kita dapatkan $T(0) = X$, dan:

$${}_xp_0 = s(x), \quad x \geq 0 \quad (2.13)$$

Berdasarkan persamaan akan diperoleh:

$${}_tp_x = \frac{{}_{x+t}p_0}{{}_xp_0} = \frac{s(x+t)}{s(x)} \quad (2.14)$$

[10] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R* (Yogyakarta: Gadjah Mada University Press, 2015), h.16.

$${}_{t}q_{x} = 1 - {}_{t}p_{x} = 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)} = \frac{s(x)-s(x+t)}{s(x)} \quad (2.15)$$

Aturan penulisan notasi aktuaria mengatakan bahwa apabila $t = 1$, Maka persamaan (2.11) dan (2.12) cukup dituliskan sebagai:

1. $q_x = \Pr[(x)$ akan meninggal dalam kurun waktu setahun kedepan]
2. $p_x = \Pr[(x)$ akan bertahan hidup dalam kurun waktu setahun kedepan][11]

Selanjutnya, untuk orang yang berusia (x) dan hidup sampai t tahun kemudian, peluang (x) akan meninggal μ tahun kemudian atau dengan kata lain, meninggal pada usia antara $(x + t)$ dan $(x + t + u)$, yaitu:

$$\begin{aligned} {}_{t|u}q_x &= \Pr[t < T(x) \leq t + u] \\ &= [\Pr(T(x) \leq t + u) - \Pr(T(x) \leq t)] \\ &= {}_{t+u}q_x - {}_{t}q_x \\ &= 1 - {}_{t+u}p_x - (1 - {}_{t}p_x) \\ &= {}_{t}p_x - {}_{t+u}p_x \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (2.14) maka persamaan diatas dapat ubah menjadi seperti berikut:

$$\begin{aligned} {}_{t|u}q_x &= \frac{s(x+t)}{s(x)} - \frac{s(x+t+u)}{s(x)} \\ &= \frac{s(x+t)-s(x+t+u)}{s(x)} \end{aligned}$$

Kemudian Persamaan di atas dikalikan dengan $\frac{s(x+k)}{s(x+k)}$ sehingga diperoleh sebagai berikut:

$${}_{t|u}q_x = \frac{s(x+t) - s(x+t+u)}{s(x+t)} \left[\frac{s(x+t)}{s(x)}\right]$$

[11] Newton L. Bowers, Jr, dkk, *Actuarial Mathematics* h.53.

$$= \left[\frac{s(x+t)}{s(x)}\right]\left[\frac{s(x+t)-s(x+t+u)}{s(x+t)}\right]$$

$${}_{t|u}q_x = {}_tp_x \cdot {}_uq_{x+t} \quad (2.16)$$ [12]

E. Jumlah Tahun Lengkap Orang Berusia x Tahun

Sebelumnya kita telah mendefinisikan $T(x)$ sebagai sisa usia hidup dari (x) dengan asumsi $T(x)$ adalah suatu variabel *random* kontinu. Apabila kita hubungkan sisa usia waktu tersebut dengan variabel *random* diskrit (*curtate future lifetime*), dinotasikan dengan $K(x)$ atau biasa disebut jumlah tahun yang akan dialami oleh seseorang yang berusia x tahun, atau nilai bilangan bulat terbesar dari $T(x)$.

Dengan demikian, fungsi probabilitasnya dapat ditulis sebagai berikut:

$${}_{k|}q_x = \Pr[K(x = k] = Pr(k \leq T(x) < k+1)$$

$$= Pr(k < T(x) \leq k+1)$$

$$= Pr(T(x) \leq k+1)$$

$$= {}_k\,p_x - {}_{k+1}p_x$$

$${}_{k|}q_x = {}_k\,p_x \cdot q_{x+k} \quad dimana; k = 0,1,2,3 \ldots \quad (2.17)$$ [13]

F. Tabel Mortalitas

Sebagaimana dijelaskan sebelumnya bahwa salah satu tujuan dari asuransi jiwa adalah menanggung kerugian dalam hal keuangan akibat terjadinya peristiwa kematian. Olehnya itu dibutuhkan tabel mortalita untuk mengetahui kapankah seseorang akan meninggal dalam suatu jangka waktu tertentu. sehingga mudah

[12] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h.17-18.

[13] Retno safitri, *Perhitungan Nilai Cadangan Asuransi Jiwa Seumur Hidup Dengan Metode Zillmer dan Fackler*, Skripsi (Bandar Lampung: FMIPA Universitas Lampung, 2017) h. 7-8.

memperkirakan kerugian yang dialami oleh kelompok tersebut. Jadi, tidak salah jika tabel mortalita didefinisikan sebagai alat yang digunakan untuk memperhitungkan kemungkinan mati dan hidupnya seseorang dalam jangka waktu tertentu.[14]

Berdasarkan penjelasan di atas maka table mortalita adalah alat yang sangat penting dalam mengkalkulasi premi, yang berguna untuk mengetahui besarnya klaim yang disebabkan kematian dan meramalkan beberapa lama batas waktu atau usia rata-rata seseorang bisa hidup[15].

G. Hubungan Tabel Mortalitas dengan Fungsi Survival

Misalkan suatu kelompok bayi yang baru lahir berjumlah 100.000 orang yang dinotasikan dengan l_0 = 100.000 kemudian misalkan $L(x)$ merupakan variabel *random* yang menyatakan jumlah orang dalam suatu kelompok yang masih hidup mencapai usia x tahun, sehingga dapat ditulis:

$$L(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j$$

Keterangan;

a. $L(x)$: Binomial ($l_0 . s(x)$)

b. I_j: Bernoulli dengan;

Dimana; $I_j = \begin{cases} 1, & \text{jika } j \text{ mencapai usia } x \text{ tahun} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$

Karena $E[I_j] = s(x)$ maka diperoleh $E[L(x)] = \sum_{j=1}^{l_0} E\left[L_j\right] = l_0\, s(x)$

---

[14] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 28

[15] Irma Fauziah, *Perhitungan Premi Asuransi Jiwa Dwiguna Pasutri Sebagai Penerapan Pembelajaran Matematika Ekonomi*, Jurnal Phenomenom, Vol.1, (Jakarta: FST Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta, 2013) h. 102-103.

Kemudian, apabila $E[L(x)]$ dinotasikan dengan l_x yang menyatakan jumlah orang dari l_0 bayi yang baru lahir dan hidup mencapai usia x tahun maka akan diperoleh:

$$l_x = l_0\, s(x) \tag{2.18}$$

Selanjutnya sama halnya dengan sebelumnya ${}_nD_x$ menyatakan banyaknya kematian yang terjadi antara usia x dan $x + n$ dari l_0 kelahiran, $E[{}_nD_x]$ sama dengan ${}_nd_x$.

Probabilitas kematian seorang bayi yang baru lahir kemudian meninggal antara usia x dan usia $x + n$ tahun adalah $s(x) - s(x + n)$, maka:

$$\begin{aligned} {}_nd_x &= E[{}_nD_x] \\ &= l_0[s(x) - s(x + n)] \\ &= l_0\left(\frac{l_x - l_{x+n}}{l_0}\right) \\ &= l_x - l_{x+n} \end{aligned} \tag{2.19}$$

Bila $n = 1$ maka ${}_nd_x$ dapat ditulis dengan d_x. Dari perhitungan tersebut maka dapat dibuat tabel mortalitas

Dari persamaan (2.6.1.1) terlihat bahwa:

$$-\frac{1}{l_x}\frac{dl_x}{dx} = -\frac{1}{s(x)}\frac{ds(x)}{d_x} = \mu(x) \tag{2.20}$$

Sehingga dapat diperoleh:

1. Peluang seseorang yang berusia x tahun akan hidup paling sedikit n tahun, yaitu mencapai usia $x + n$ adalah sebagai berikut:

$$ {}_np_x = \frac{s(x+n)}{s(x)} = \frac{l_{x+n}}{l_x} \tag{2.21}$$

2. Peluang seseorang berusia x akan meninggal sebelum mencapai usia $x + n$ adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_nq_x &= 1 - \frac{s(x+n)}{s(x)} \\
&= 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \\
&= \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \\
&= \frac{{}_nd_x}{l_x} \qquad (2.22)
\end{aligned}
$$

H. Tabel Mortalitas *Joint Life*

Tabel mortalitas *joint life* merupakan tabel kematian gabungan dari usia laki-laki x dan perempuan y tahun. Jika x dan y menyatakan usia peserta asuransi, maka l_{xy} merupakan fungsi hidup gabungan dari orang berusia x dan y tahun yang diperoleh dari table mortalitas tunggal masing-masing, sehingga diperoleh;

$$l_{xy} = l_x \times l_y \qquad (2.23)$$

Peluang dari fungsi gabungan orang berusia x dan y tahun akan tetap hidup selama n tahun dinotasikan dengan ${}_np_{xy}$ dirumuskan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_np_{xy} &= {}_np_x \times {}_np_y \\
&= \frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{l_{y+n}}{l_y} \\
&= \frac{l_{x+n;y+n}}{l_{xy}} \qquad (2.24)
\end{aligned}
$$

Peluang orang berusia di antara x dan y yang salah-satu dari keduanya meninggal dunia dalam jangka waktu n tahun, dinotasikan dengan ${}_nq_{xy}$ dan dirumuskan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_nq_{xy} &= 1 - {}_np_{xy} \\
&= 1 - \left(\frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{l_{y+n}}{l_y}\right)
\end{aligned}
$$

$$= \frac{l_{xy} - l_{xy+n}}{l_{xy}} \tag{2.25}$$

I. Simbol Komutasi

Simbol komutasi disebut juga simbol singkat, hal ini diperlukan untuk menyederhanakan perhitungan sebuah anuitas dan perhitungan premi yang terlihat lebih rumit menjadi terlihat lebih sederhana, yaitu sebagai berikut:

` $D_x = v^x l_x$ (2.26)

$N_x = \sum_{k=0} D_{x+k} = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \cdots + D_w$ (2.27)

$C_x = v^{x+1} d_x$ (2.28)

$M_x = \sum_{k=0;} C_{x+k} = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots + C_w$[16] (2.29)

$R_x = \sum_{k=0;} k + 1C_{x+k} = C_x + 2C_{x+1} + 3C_{x+2} + \cdots + wC_w$ (2.30)

$D_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}$ (2.31)

$N_{xy} = \sum_{k=0;j=0} D_{x+k;y+k} = D_{xy} + D_{x+1;y+1} + \cdots + D_{ww}$ (2.32)

$C_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_{xy}$ (2.33)

$M_{xy} = \sum_{k=0;k=0} C_{x+k;y+k} = C_{xy} + C_{x+1;y+1} + C_{x+2;y+2} + \cdots + C_{ww}$[17]

(2.34)

$R_{xy} = \sum_{k=0;k=0} k + 1C_{x+k;y+k} = C_{xy} + 2C_{x+1;y+1} + 3C_{x+2;y+2} + \cdots +$

$w + 1C_{x+w;y+w}$ (2.35)

---

[16] Hans U.Gerber, *Life Insuransce Mathematics* (Germany: Springer Berlin Heideberg , 1997), h. 120-121.

[17] Hans U.Gerber, *Life Insuransce Mathematics*, h. 120-121.

J. Anuitas

Anuitas adalah adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan selama seseorang tertentu masih hidup. Cara menghitung anuitas sama dengan halnya menghitung bunga berganda dengan sistem annuity.

a. Anuitas Tentu

Anuitas tentu adalah anuitas yang pembayarannya dilakukan secara berkala tanpa memperhatikan adanya peluang hidup dan matinya seseorang (anuitas tanpa syarat).

1. Anuitas Tentu Awal

Nilai tunai dari anuitas awal yang dinotasikan dengan $\ddot{a}_{n\rceil}$ adalah sebagai berikut:

$$Y = \ddot{a}_{n\rceil} = 1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

$$= 1 + v + v^2 + \cdots + v^{n-2} + v^{n-1}$$

$$= \frac{1-v^n}{1-v}$$

$$= \frac{1-v^n}{i.v}$$

$$\ddot{a}_{n\rceil} = \frac{1-v^n}{d} \tag{2.36}$$

2. Anuitas Tentu Akhir

Nilai tunai dari anuitas akhir yang dinotasikan dengan $a_{n\rceil}$ adalah sebagai berikut:

$$Y = a_{n\rceil} = \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \frac{1}{(1+i)^{n}}$$

$$= v + v^2 + v^3 \ldots + v^{n-1} + v^n$$

$$= v(1 + v + v^2 + \cdots + v^{n-1} + v^n)$$

$$= v\left(\frac{1-v^n}{1-v}\right)$$

$$= \frac{1-v^n}{\frac{1}{v}-\frac{v}{v}}$$

$$= \frac{1-v^n}{\frac{1}{v}-1}$$

$$= \frac{1-v^n}{1-1+i}$$

$$a_{\overline{n|}} = \frac{1-v^n}{i} \quad (2.37)$$ [18]

b. Anuitas Hidup

Anuitas yang pembayarannya dikaitkan dengan hidup dan matinya seseorang atau dalam arti serangkaian pembayaran yang dilakukan selama seseorang masih hidup.

1. Anuitas Hidup Berjangka

a. Nilai Tunai Anuitas Hidup Awal Berjangka

Anuitas ini juga biasa disebut sebagai anuitas jiwa awal berjangka n tahun. dari anuitas ini dengan pembayaran sebesar 1 setiap tahun ialah. Sebagai berikut: Variabel *random* untuk nilai sekarang, yaitu:

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{k+1|}} & , 0 \le K < n \\ \ddot{a}_{\overline{n|}} & , K \ge n \end{cases} \quad (2.38)$$

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari anuitas awal berjangka, yaitu:

$$E[Y] = \ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \; {}_kp_x \, . \quad (2.39)$$ [19]

---

[18] Hans U.Gerber, *Life Insuransce Mathematics*, h. 9.
[19] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 87.

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan dari nilai tunai anuitas hidup awal berjangka adalah sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1 + 1.vp_x + 1.v^2\ {}_2p_x + 1.v^3\ {}_3p_x + \cdots + 1.v^{n-2}\ {}_{n-2}p_x + 1.v^{n-1}\ {}_{n-1}p_x$$

$$= \left(1\frac{l_x}{l_x} + v\frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2\frac{l_{x+2}}{l_x} + v^3\frac{l_{x+3}}{l_x} + \cdots + v^{n-2}\frac{l_{x+n-2}}{l_x} + v^{n-1}\frac{l_{x+n-1}}{l_x}\right)\left(\frac{v^x}{v^x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^x l_x + v^{x+1} l_{x+1} v^{x+2} l_{x+2} + v^{x+3} l_{x+3} + \cdots + v^{x+n-2} l_{x+n-2} + v^{x+n-1} l_{x+n-1}}{v^x l_x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{D_x + D_{x+1} D_{x+2} + D_{x+3} + \cdots + D_{x+n-2} + D_{x+n-1}}{D_x}\right)$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 1\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

$$E[Y] = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = P\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \qquad (2.40)$$

b. Nilai Tunai Anuitas Hidup Akhir Berjangka

Anuitas ini juga biasa disebut sebagai anuitas jiwa akhir berjangka n tahun. dari anuitas ini dengan pembayaran sebesar 1 setiap tahun sebagai berikut: Variabel *random* untuk nilai sekarang, yaitu:

$$Y = \begin{cases} a_{\overline{K}|} & ,0 \le K < n \\ a_{\overline{n}|} & ,K \ge n \end{cases} \qquad (2.41)$$

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari anuitas akhir berjangka, yaitu:

$$E[Y] = a_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=1}^{n} v^k\ {}_kp_x\ .^{20} \qquad (2.42)$$

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan dari nilai tunai anuitas hidup akhir berjangka adalah sebagai berikut:

$$a_{x:\overline{n}|} = 1.vp_x + 1.v^2\ {}_2p_x + v^3\ {}_3p_x + \cdots + v^{n-1}\ {}_{n-1}p_x + v^n\ {}_np_x$$

$$= \left(1.v\frac{l_{x+1}}{l_x} + 1.v^2\frac{l_{x+2}}{l_x} + 1.v^3\frac{l_{x+3}}{l_x} + \cdots + 1.v^{n-1}\frac{l_{x+n-1}}{l_x} + 1.v^n\frac{l_{x+n}}{l_x}\right)\left(\frac{v^x}{v^x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{x+1} l_{x+1} v^{x+2} l_{x+2} + v^{x+3} l_{x+3} + \cdots + v^{x+n-1} l_{x+n-1} + v^{x+n} l_{x+n}}{v^x l_x}\right)$$

[20] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 98.

$$= 1\left(\frac{D_{x+1}D_{x+2}+D_{x+3}+\cdots+D_{x+n-1}+D_{x+n}}{D_x}\right)$$

$$a_{x:\overline{n}|} = 1\,\frac{N_{x+1}-N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$E[Y] = a_{x:\overline{n}|} = P\,\frac{N_{x+1}-N_{x+n+1}}{D_x} \qquad (2.43)$$

2. Anuitas Hidup Seumur Hidup yang Ditunda n Tahun

a. Nilai Tunai Anuitas Hidup Seumur Hidup Awal yang Ditunda n Tahun

Nilai sekarang aktuaria dengan pembayaran diawal periode bagi seseorang yang berusia x tahun, dan ditunda selama n tahun ditulis dengan notasi ${}_{n}|\ddot{a}_x$. Bilangan di depan garis arah bagian bawah (n) menyatakan lama periode pembayaran dan x menyatakan usia saat anuitas dikeluarkan yaitu sebagai berikut::

Variabel *random* untuk nilai sekarang, yaitu:

$$Y = \begin{cases} 0 & ,0 \leq K < n \\ \ddot{a}_{\overline{k+1}|} - \ddot{a}_{\overline{n}|} & ,K \geq n \end{cases} \qquad (2.44)$$

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari anuitas awal yang ditunda n tahun adalah seabagai berikut:

$$E[Y] = {}_{n}|\ddot{a}_x = \sum_{k=n}^{\omega} v^k\,{}_{k}p_x\,. \qquad (2.45)$$

[21]

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan dari nilai tunai anuitas hidup seumur hidup awal yang ditunda n tahun adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}{}_{n}|\ddot{a}_x = {} & 1.\,v^n\,{}_{n}p_x + 1.\,v^{n+1}\,{}_{n+1}p_x + 1.\,v^{n+2}\,{}_{n+2}p_x + \cdots + 1.\,v^{n+\omega-2}\,{}_{n+\omega-2}p_x + \\ & 1.\,v^{n+\omega-1}\,{}_{n+\omega-1}p_x\end{aligned}$$

---

[21] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 88.

$$= 1\left(v^{n}\frac{l_{x+n}}{l_x} + v^{n+1}\frac{l_{x+n+1}}{l_x} + v^{n+2}\frac{l_{x+n+2}}{l_x} + \cdots + v^{n+\omega-2}\frac{l_{x+n+\omega-2}}{l_x} + \right.$$

$$\left. v^{n+\omega-1}\frac{l_{x+n+\omega-1}}{l_x}\right)\left(\frac{v^x}{v^x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{x+n}l_{x+n}+v^{x+n+1}l_{x+n+1}v^{x+n+2}l_{x+n+2}+\cdots+v^{x+n+\omega-2}l_{x+n+\omega-2}v^{x+n+\omega-1}l_{x+n+\omega-1}}{v^x l_x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{D_{x+n}+D_{x+n+1}D_{x+n+2}+D_{x+n+3}+\cdots+D_{x+n+\omega-2}+D_{x+n+\omega-1}}{D_x}\right)$$

$${}_{n}|\ddot{a}_x = 1\frac{N_{x+n}}{D_x}$$

$$E[Y] = {}_{n}|\ddot{a}_x = P\frac{N_{x+n}}{D_x} \tag{2.46}$$

b. Nilai Tunai Anuitas Hidup Akhir Seumur Hidup yang Ditunda n Tahun

Nilai sekarang aktuaria dengan pembayaran diakhir periode bagi seseorang yang berusia x tahun, dan ditunda selaman n tahun ditulis dengan notasi ${}_{n}|a_x$. Bilangan di depan garis arah bagian bawah (n) menyatakan lama periode pembayaran dan x menyatakan usia saat anuitas dikeluarkan yaitu sebagai berikut: Variabel *random* untuk nilai sekarang, yaitu;

$$Y = \begin{cases} 0 & ,0 \leq K < n \\ a_{\overline{K}|} - a_{\overline{n}|} & ,K \geq n \end{cases} \tag{2.47}$$

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari anuitas akhir yang ditunda n tahun, yaitu;

$$E[Y] = {}_{n}|a_x = \sum_{k=n+1}^{\omega} v^k\ {}_{k}p_x\,.\text{[22]} \tag{2.48}$$

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan dari nilai tunai anuitas hidup akhir seumur hidup yang ditunda n tahun adalah sebagai berikut:

[22]Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 99.

$${}_{n|}a_x = 1.\,v^{n+1}\;{}_{n+1}p_x + 1.\,v^{n+2}\;{}_{n+2}p_x + 1.\,v^{n+3}\;{}_{n+3}p_x \ldots + 1.\,v^{n+\omega-1}\;{}_{n+\omega-1}p_x + 1.\,v^{n+\omega}\;{}_{n+\omega}p_x$$

$$= 1\left(v^{n+1}\frac{l_{x+n+1}}{l_x} + v^{n+2}\frac{l_{x+n+2}}{l_x} + v^{n+3}\frac{l_{x+n+3}}{l_x} + \cdots + v^{n+\omega-1}\frac{l_{x+n+\omega-1}}{l_x} + v^{n+\omega}\frac{l_{x+n+\omega}}{l_x}\right)\left(\frac{v^x}{v^x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{x+n+1}l_{x+n+1}v^{x+n+2}l_{x+n+2}+v^{x+n+3}l_{x+n+3}+\cdots+v^{x+n+\omega-1}l_{x+n+\omega-1}+v^{x+n+\omega}l_{x+n+\omega}}{v^x l_x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{D_{x+n+1}D_{x+n+2}+D_{x+n+3}+\cdots+D_{x+n+\omega-1}+D_{x+n+\omega}}{D_x}\right)$$

$${}_{n|}a_x = 1\,\frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$E[Y] = {}_{n|}a_x = P\,\frac{N_{x+n+1}}{D_x} \tag{2.49}$$

3. Anuitas Hidup *Joint Life* Berjangka

a. Nilai Tunai Anuitas Hidup Awal *Joint Life* Berjangka

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari anuitas awal *joint life* berjangka yaitu:

$$E[Y] = \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k\;{}_kp_{xy} \tag{2.50}$$

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan dari nilai tunai anuitas hidup awal *joint life* berjangka adalah sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = 1 + 1.\,vp_{xy} + \cdots + 1.\,v^{n-2}\;{}_{n-2}p_{xy} + 1.\,v^{n-1}\;{}_{n-1}p_{xy}$$

$$= \left(\frac{l_{xy}}{l_{xy}} + v\frac{l_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + \cdots + v^{n-2}\frac{l_{x+n-2:y+n-2}}{l_{xy}} + v^{n-1}\frac{l_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}}\right)\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}l_{xy}+v^{\frac{1}{2}(x+y)+1}l_{x+1:y+1}+\cdots+v^{\frac{1}{2}(x+y)+n-2}l_{x+n-2:y+n-2}+v^{\frac{1}{2}(x+y)+n-1}l_{x+n-1:y+n-1}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}l_{xy}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{D_{xy}+D_{x+1:y+1}+\cdots+D_{x+n-2:y+n-2}+D_{x+n-1:y+n-1}}{D_{xy}}\right)$$

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = 1\,\frac{N_{xy}-N_{x+n:y+n}}{D_{xy}}$$

$$E[Y] = \ddot{a}_{xy:\overline{n|}} = P\frac{N_{xy}-N_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \quad (2.51)$$

b. Nilai Tunai Anuitas Hidup Akhir *Joint Life* Berjangka

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari anuitas akhir *joint life* berjangka, yaitu:

$$E[Y] = a_{xy:\overline{n|}} = \sum_{k=1}^{n} v^k\ {}_kp_{xy} \quad (2.52)$$

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan dari nilai tunai anuitas hidup akhir *joint life* berjangka adalah sebagai berikut:

$$a_{xy:\overline{n|}} = 1.\,vp_{xy} + 1.\,v^2\ {}_2p_{xy} + \cdots + 1.\,v^{n-1}\ {}_{n-1}p_{xy} + 1.\,v^n\ {}_np_{xy}$$

$$= 1\left(v\frac{l_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + v^2\frac{l_{x+2:y+2}}{l_{xy}} + \cdots + v^{n-1}\frac{l_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}} + v^n\frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}}\right)\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1}l_{x+1:y+1}v^{\frac{1}{2}(x+y)+2}l_{x+2:y+2}+\cdots+v^{\frac{1}{2}(x+y)+n-1}l_{x+n-1:y+n-1}+v^{\frac{1}{2}(x+y)+n}l_{x+n:y+n}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}l_{xy}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{D_{x+1:y+1}+D_{x+2:y+2}+\cdots+D_{x+n-1:y+n-1}+D_{x+n:y+n}}{D_{xy}}\right)$$

$$a_{xy:\overline{n|}} = 1\frac{N_{x+1:y+1}-N_{x+n+1:y+n+1}}{D_{xy}}$$

$$E[Y] = a_{xy:\overline{n|}} = P\frac{N_{x+1:y+1}-N_{x+n+1:y+n+1}}{D_{xy}} \quad (2.53)$$

K. Premi

Premi adalah jumlah setoran yang dilakukan oleh pihak tertanggung kepada pihak penanggung sebagaimana dengan kontrak yang telah disepakati. Pada dasarnya penentuan premi asuransi harus mengikuti prinsip premi yang terdisi atas tiga prinsip yang intinya ketiga prinsip tersebut menekankan pada pengaruh suatu asuransi terhadap kekayaan suatu perusahaan asuransi, yaitu; Prinsip pertama, dikenal dengan premi persentil *(percentile premiums)*.

Prinsip ini menghendaki variabel *random* kerugiannya bernilai positif, yang besarnya tidak lebih dari peluang yang sudah ditetapkan. Prinsip kedua, premi ini biasa disebut prinsip kesamaan *(equivalence principle)* dimana jumlah kerugian sama dengan nol. Prinsip yang ketiga ialah prinsip premi eksponensial *(eksponential premiums)* yaitu eksponensial kewajiban sama dengan besarnya eksponensial penerimaan hak nasabah.

Namun pada penelitian ini menggunakan prinsip yang kedua atau disebut sebagai *equivalence principle* dengan alasan bahwa prinsip ini lebih banyak dipakai, dengan ketentuan sebuah premi didasarkan pada sebuah prinsip yaitu jumlah kerugian (L) sebuah perusahaan sama dengan nol seperti berikut:

$$E(L) = 0$$

Atau

$$E[v^{k+1}] - P_x\, E\left[\ddot{a}_{\overline{k+1}|}\right] = 0 \qquad (2.54)$$

Yang artinya kewajiban dari perusahaan asuransi sama besarnya dengan hak yang diterima oleh nasabah[23].

a. Premi Bersih

Pada umumnya perhitungan suatu premi didasarkan pada tiga hal, yaitu, peluang kematian, tingkat bunga dan faktor biaya. Sedangkan premi bersih adalah premi yang dihitung tanpa memperhatikan faktor biaya.[24] Lebih tepatnya perhitungan pada premi bersih hanya dipegaruhi oleh tingkat bunga dan peluang kematian saja. Oleh karena itu pada perhitungan ini membutuhkan informasi

[23] Newton L. Bowers, Jr, dkk. *Actuarial Mathematics.*(Scaumburg Illinois:The Society Of Actuaries, 1997), h.180.

[24]Ayulina Sugihar, *Perhitungan Premi Tahunan Pada Asuransi Joint Life dan Penerapannya,* Skripsi (Yogyakarta: FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta, 2011) h. 39.

tentang usia dan jenis kelamin tertanggung, manfaat yang disediakan, dan laju kematian, dan tingkat bunga yang digunakan. Premi bersih yang dibayarkan secara sekaligus disebut sebagai premi tunggal bersih.

Perlu kita ketahui prinsip dasar dari asuransi jiwa yaitu, misalnya sekolompok orang sepakat mengumpulkan sejumlah uang dengan maksud jika dalam tiap tahunnya ada salah satu dari anggotanya yang meninggal dunia, maka mereka sepakat memberikan santunan sebesar 1 rupiah.

Dari prinsip dasar tersebut dapat kita rumuskan persamaan dari premi tunggal bersih yang akan dibebankan kepada setiap anggotanya. Misalnya uang yang dibayarkan untuk perorangnya disimbolkan dengan A. Pembayaran pertama sebesar 1 yang akan dibayarkan pada akhir tahun pertama, yaitu $x + 1$. Misalnya dana yang terkumpul beserta bunganya setahun dianggap sama dengan seluruh pembayaran santunan 1 rupiah akan dibayarkan pada akhir tahun kematian pertama. Dari sekelompok orang tersebut jumlah orang yang hidup disimbolkan dengan l_x maka peluang meninggal disimbolkan dengan d_x dari jumlah orang yang hidup antara usia x dan $x + 1$ tahun, sehingga seluruh pembayaran santunan dalam setahunnya adalah $1.d_x$ rupiah dan dana yang terkumpul beserta bunganya $Al_x(1 + i)$ rupiah, sehingga persamaannya adalah sebagai berikut:

$$Al_x(1 + i) = d_x \tag{2.55}$$

$$A = \frac{1}{(1 + i)} \frac{d_x}{l_x}$$

Persamaan di atas dikalikan dengan $\frac{v^x}{v^x}$ maka diperoleh persamaan dari perhitungan premi tunggal bersih asuransi jiwa sebesar 1 rupiah selama setahun sebagai berikut;

$$A = v\frac{d_x}{l_x}\left(\frac{v^x}{v^x}\right)$$

$$= \frac{v^{x+1}d_x}{v^x l_x}$$

$$A = \frac{C_x}{D_x} \qquad (2.56)$$

Persamaan di atas dapat diperluas ke berbagai perhitungan premi jenis asuransi seperti asuransi seumur hidup, asuransi jiwa berjangka n tahun, asuransi jiwa dwiguna murni n tahun *(pure endowment)*, asuransi jiwa berjangka n tahun dengan *benefit* meningkat.[25] Di halaman selanjutnya kita dapat melihat formulasi dari persamaan premi tunggal bersih di atas keberbagai jenis asuransi tersebut.

1. Premi Tunggal *(Single Premium)*

Premi tunggal adalah premi yang dibayarkan sekaligus pada saat mulai disetujuinya kontrak asuransi, dan selanjutnya tidak ada lagi pembayaran.[26] Pada bagian pendahuluan terdapat batasan masalah yang memuat point bahwa jenis asuransi yang digunakan di dalam penelitian ini adalah asuransi bersifat diskrit, dimana manfaat kematian dibayarkan pada akhir tahun kematian.[27]

Model yang akan kita bentuk didefisikan sebagai fungsi sisa usia masa depan dari nasabah. Fungsi manfaat dinotasikan dengan b_{k+1}, yaitu jumlah

---

[25] Ayulina Sugihar, *Perhitungan Premi Tahunan Pada Asuransi Joint Life dan Penerapannya,* h. 39.

[26] I Gede Bagus Pasek Subarda, dkk. *Menentukan Formula Premi Tahunan Tidak Konstan Pada Asuransi Joint Life,* Jurnal Matematika Vol. 4 (Bukit Jimbaran: FMIPA Universitas Udayana).

[27] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 56.

pembayaran dimana indeks $k+1$, menyatakan sisa usia dari nasabah dan fungsi diskonto, v_{k+1} atau v^{k+1} yaitu faktor diskonto suku bunga yang ditetapkan untuk periode dari waktu pengembalian pembayaran sampai waktu diterbitkannya polis ketika tertanggung mempunyai sisa usia masa depan k, yaitu ketika tertanggung meninggal pada tahun $k+1$ dari asuransi. Maka fungsi nilai sekarang dari jenis asuransi dengan santunan dibayarkan diakhir tahun kematian adalah sebagai berikut:

$$z_{k+1} = b_{k+1} v_{k+1} \tag{2.57}$$

Atau

$$Z = z_{k+1} \tag{2.58}$$

Simbol untuk nilai sekarang aktuaria menurut Notasi Aktuaria International dari asuransi yang dibayarkan pada akhir tahun kematian ialah simbol untuk pasangan asuransi yang dibayarkan pada saat kematian dengan menghilangkan tanda garis diatas $\bar{A}$ menjadi A.[28].

a. Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka n-Tahun

Asuransi berjangka adalah asuransi yang memberikan perlindungan kepada peserta asuransi baik perorangan maupun gabungan jika meninggal dunia dalam jangka waktu n tahun dalam masa kontrak . Jadi, asuransi berjangka n-tahun adalah asuransi yang memberikan 1 unit pada akhir n tahun kematian. Maka diperoleh:

$$b_{k+1} = \begin{cases} 1 & , k = 0,1,\dots,n-1 \\ 0 & , k = n, n+1 \dots \end{cases} \tag{2.59}$$

---

[28] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 56

$$v_{k+1} = \begin{cases} v^{k+1} & , k = 0,1,\dots,n-1 \\ 0 & , k = n, n+1 \dots \end{cases} \quad (2.60)$$

$$z_{k+1} = \begin{cases} v^{k+1} & k = 0,1,2,\dots,n-1 \\ 0 & , k = n, n+1 \dots \end{cases} \quad (2.61)$$

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari asuransi jiwa berjangka n- tahun , yaitu

$$E[Z] = A^{1}_{x:n]} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \, {}_{k}p_x \, q_{x+k} \quad (2.62)$$ [29]

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan di atas dari nilai sekarang aktuaria dai asuransi asuransi jiwa berjangka n- tahun adalah sebagai berikut:

$$A^{1}_{x:n]} = 1\left(\frac{vd_x}{l_x} + \frac{v^2 d_{x+1}}{l_x} + \frac{v^3 d_{x+2}}{l_x} + \dots + \frac{v^n d_{x+n-1}}{l_x}\right)\left(\frac{v^x}{v^x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{x+1}d_x + v^{x+2}d_{x+1} + v^{x+3}d_{x+2} + \dots + v^{x+n}d_{x+n-1}}{v^x l_x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots + C_{x+n-1}}{D_x}\right)$$

$$A^{1}_{x:n]} = 1\,\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$E[Z] = A^{1}_{x:n]} = Q\,\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \quad (2.63)$$

b. Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna Murni Berjangka n Tahun *(Pure Endowment)*

Asuransi dwiguna murni berjangka adalah asuransi yang memberikan perlindungan berupa manfaat kematian jika peserta asuransi dalam hal ini tertanggung mampu hidup sampai akhir jangka waktu n tahun kontrak. Jadi,

[29]Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 71.

asuransi dwiguna murni berjangka adalah asuransi yang memberikan 1 unit pada akhir tahun kematian atau akhir tahun ke- n, diperoleh:

$$b_{k+1} = \begin{cases} 0 & , k = 0,1,\ldots., n-1 \\ b & , K = n, n+1\ldots \end{cases} \quad (2.64)$$

$$v_{k+1} = \begin{cases} 0 & , k = 0,1,\ldots, n-1 \\ v^n & , k = n, n+1,\ldots \end{cases} \quad (2.65)$$

$$z_{k+1} = \begin{cases} 0 & , k = 0,1,2,\ldots,(n-1) \\ v^{k+1} & k = n, n+1,\ldots \end{cases} \quad (2.66)$$

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari asuransi jiwa dwiguna murni berjangka n- tahun, yaitu:

$$E[Z] = A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = v^n\ {}_np_x \quad (2.67)$$[30]

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan dari nilai sekarang aktuaria dari asuransi asuransi jiwa dwiguna murni berjangka n- tahun adalah sebagai berikut:

$$A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = 1\left(v^n \frac{l_{x+n}}{l_x}\right)\left(\frac{v^x}{v^x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{x+n} l_{x+n}}{v^x l_x}\right)$$

$$A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = 1\,\frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$E[Z] = A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = Q\,\frac{D_{x+n}}{D_x} \quad (2.68)$$

[30]Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 71.

c. Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka n tahun dengan *Benefit* Meningkat

Asuransi yang memberikan manfaat kematian secara meningkat pada akhir tahun kematian. Maka, asuransi berjangka n- tahun dengan *benefit* meningkat yang memberikan 1 unit pada akhir tahun kematian, diperoleh:

$$b_{k+1} = \begin{cases} (k+1) & , k = 0,1,\dots,n-1 \\ 0 & , k = n, n+1,\dots \end{cases} \tag{2.69}$$

$$v_{k+1} = \begin{cases} v^{k+1} & , k = 0,1,\dots,n-1 \\ v^{n} & , k = n, n+1,\dots \end{cases} \tag{2.70}$$

$$Z_{k+1} = \begin{cases} (k+1)v^{k+1} & , k = 0,1,\dots,n-1 \\ 0 & , k = n, n+1,\dots \end{cases} \tag{2.71}$$

Maka nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari asuransi berjangka n-tahun dengan *benefit* meningkat, yaitu:

$$E[Z] = (IA)^{1}_{x:n]} = \sum_{k=0}^{n} (k+1) v^{k+1} \, {}_kp_x \, q_{x+k} \tag{2.72}$$ [31]

Dengan memanfaatkan simbol komutasi, maka diperoleh persamaan dari nilai sekarang aktuaria dari asuransi asuransi jiwa dwiguna murni berjangka n- tahun adalah sebagai berikut:

$$(IA)^{1}_{x:n]} = 1\left(\frac{vd_x}{l_x} + \frac{2v^2d_{x+1}}{l_x} + \frac{3v^3d_{x+2}}{l_x} + \cdots + \frac{nv^n d_{x+n-1}}{l_x}\right)\left(\frac{v^x}{v^x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{x+1}d_x + 2v^{x+2}d_{x+1} + 3v^{x+3}d_{x+2} + \cdots + nv^{x+n}d_{x+n-1}}{v^x l_x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{C_x + 2C_{x+1} + 3C_{x+2} + \cdots + nC_{x+n-1}}{D_x}\right)$$

$$= 1\left(\frac{M_x + M_{x+1} + M_{x+2} + \cdots + M_{x+n-1} - nM_{x+n}}{D_x}\right)$$

---

[31] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 72.

$$(IA)^1_{x:\overline{n}|} = 1\,\frac{R_x + R_{x+n} - nM_{x+n}}{D_x}$$

$$E[Z] = (IA)^1_{x:\overline{n}|} = Q\,\frac{R_x + R_{x+n} - nM_{x+n}}{D_x} \qquad (2.73)$$

2. Premi Tunggal *Joint Life*

a. Premi Tunggal Asuransi Jiwa *Joint Life* Berjangka n-Tahun

Premi tunggal bersih dari asuransi jiwa *joint life* berjangka n- tahun adalah sebagai berikut:

Nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari asuransi jiwa *joint life* berjangka n- tahun , yaitu:

$$E[Z] = A^1_{xy:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ {}_kp_{xy}\ q_{x+k:y+k} \qquad (2.74)$$

Simbol komutasi dari nilai sekarang aktuaria pada asuransi asuransi jiwa *joint life* berjangka n- tahun adalah sebagai berikut:

$$A^1_{xy:\overline{n}|} = 1\left(\frac{vd_{xy}}{l_{xy}} + \frac{v^2 d_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + \frac{v^3 d_{x+2:y+2}}{l_{xy}} + \cdots + \frac{v^n d_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}}\right)\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1}d_{xy} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+2}d_{x+1:d_{y+1:}} + v^{\frac{1}{2}(x+y)+3}d_{x+2:d_{y+2}} + \cdots + v^{\frac{1}{2}(x+y)+n}d_{x+n-1:d_{y+n-1}}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}l_{xy}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{C_{xy} + C_{x+1:y+1} + C_{x+2:y+2} + \cdots + C_{x+n-1:y+n-1}}{D_{xy}}\right)$$

$$A^1_{xy:\overline{n}|} = 1\,\frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{xy}}$$

$$E[Z] = A^1_{xy:\overline{n}|} = Q\,\frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \qquad (2.75)$$

b. Premi Tunggal Asuransi Jiwa *Joint Life* Dwiguna Murni

Premi tunggal bersih dari asuransi jiwa *joint life* dwiguna murni berjangka n- tahun adalah sebagai berikut:

Nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari asuransi jiwa *joint life* dwiguna murni berjangka n- tahun , yaitu:

$$E[Z] = A_{xy:\overset{1}{n}\rceil} = v^n \, {}_np_{xy} \qquad (2.76)$$

Simbol komutasi dari nilai sekarang aktuaria pada asuransi asuransi jiwa *joint life* dwiguna murni berjangka n- tahun adalah sebagai berikut:

$$A_{xy:\overset{1}{n}\rceil} = 1\left(v^n \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}}\right)\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+n} l_{x+n:y+n}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}}\right)$$

$$A_{xy:\overset{1}{n}\rceil} = 1\,\frac{D_{x+n:y+n}}{D_{xy}}$$

$$E[Z] = A_{xy:\overset{1}{n}\rceil} = Q\,\frac{D_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \qquad (2.77)$$

c. Premi Tunggal Asuransi Jiwa *Joint Life* Berjangka n tahun dengan *Benefit* Meningkat

Premi tunggal bersih dari asuransi jiwa *joint life* berjangka n- tahun dengan *benefit* meningkat adalah sebagai berikut:

Nilai harapannya atau nilai sekarang aktuaria dari asuransi jiwa *joint life* berjangka n- tahun dengan *benefit* meningkat, yaitu:

$$E[Z] = (IA)^1_{xy:n\rceil} = \sum_{k=0}^{n}(k+1)v^{k+1}\,{}_kp_{xy}\,q_{x+k:y+k} \qquad (2.78)$$

Simbol komutasi dari nilai sekarang aktuaria pada asuransi asuransi jiwa *joint life* berjangka n- tahun dengan *benefit* meningkat adalah sebagai berikut;

$$(IA)^{1}_{xy:n]} = 1\left(\frac{vd_{xy}}{l_{xy}} + \frac{2v^2 d_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + \cdots + \frac{nv^n d_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}}\right)\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_{xy} + 2v^{\frac{1}{2}(x+y)+2} d_{x+1:y+1} + \cdots + nv^{\frac{1}{2}(x+y)+n} d_{x+n-1:y+n-1}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{C_{xy} + 2C_{x+1:y+1} + \cdots + nC_{x+n-1:y+n-1}}{D_{xy}}\right)$$

$$= 1\left(\frac{M_{xy} + M_{x+1:y+1} + M_{x+2:y+2} + \cdots + M_{x+n-1:y+n-1} - nM_{x+n-1:y+n-1}}{D_{xy}}\right)$$

$$(IA)^{1}_{xy:n]} = 1\,\frac{R_{xy} + R_{x+n:y+n} - nM_{x+n:y+n}}{D_{xy}}$$

$$E[Z] = (IA)^{1}_{xy:n]} = Q\,\frac{R_{xy} + R_{x+n:y+n} - nM_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \tag{2.79}$$

b. Premi Tahunan *(Annual Premium)*

Premi tahunan asuransi adalah premi yang dibayarkan setiap tahunnya baik diawal maupun diakhir tahun yang jumlahnya bisa sama (konstan) maupun berubah-berubah (tidak konstan). Prinsip ekuivalensi asuransi diskrit dapat terjadi apabila

$$E[L] = 0 \tag{2.80}$$

$$E[v^{k+1}] - P_x\, E\left[\ddot{a}_{\overline{k+1}|}\right] = 0 \tag{2.81}$$

Bentuk diskrit dari premi tahunan dapat ditulis sebagai berikut:

$$P = \frac{E[z_{k+1}]}{E[Y]} = \frac{E[b_{k+1}v_{k+1}]}{E[Y]}$$ [32] (2.82)

Formula premi tahunan yang digunakan pada asuransi dwiguna murni berjangka n tahun adalah sebagai berikut:

1. Formula Premi Tahunan Asuransi Dwiguna Murni Berjangka n Tahun

Premi tahunan asuransi dwiguna murni berjangka n- tahun untuk orang yang berusia x dan y dengan manfaat kematian sebesar Q pada akhir tahun kematian adalah sebagai berikut:

$$(L) = \begin{cases} 0 - P(A_{xy:\overline{n}|}^{\;1})\ddot{a}_{\overline{k+1}|}, & k = 0,1,2,..n-1 \\ v^n - P(A_{xy:\overline{n}|}^{\;1})\ddot{a}_{\overline{n}|} & ,k = n, n+1, ... \end{cases}$$

$$E[L] = -\sum_{k=0}^{\infty} P(A_{xy:\overline{n}|}^{\;1})\ddot{a}_{\overline{k+1}|}\ {}_kp_{xy} \cdot q_{x+k:y+k} +$$

$$\sum_{k=n}^{\infty}(v^n - P(A_{xy:\overline{n}|}^{\;1})\ddot{a}_{\overline{n}|})\ {}_kp_{xy} \cdot q_{x+k:y+k}$$

$$= -\sum_{k=0}^{\infty} P(A_{xy:\overline{n}|}^{\;1})\ddot{a}_{\overline{k+1}|}\ {}_kp_{xy} \cdot q_{x+k:y+k} +$$

$$\sum_{k=n}^{\infty} v^n\ {}_kp_{xy} \cdot q_{x+k:y+k} \sum_{k=n}^{\infty} P(A_{xy:\overline{n}|}^{\;1})\ddot{a}_{\overline{n}|}\ {}_kp_{xy} \cdot q_{x+k:y+k}$$

$$= \sum_{k=n}^{\infty} v^n\ {}_kp_{xy} \cdot q_{x+k:y+k} - P(A_{xy:\overline{n}|}^{\;1})$$

$$\left[\sum_{k=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{k+1}|}\ {}_kp_{xy} \cdot q_{x+k:y+k} + \sum_{k=n}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{n}|}\ {}_kp_{xy} \cdot q_{x+k:y+k}\right]$$

$$= A_{xy:\overline{n}|}^{\;1} - P(A_{xy:\overline{n}|}^{\;1})\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$$

$$P(A_{x:\overline{n}|}^{\;1}) = \frac{A_{xy:\overline{n}|}^{\;1}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

---

[32] Adhitya Ronnie Effendhie, *Matematika Aktuaria dengan Software R*, h. 72.

$$E[L] = P(A_{xy:\overset{1}{\overline{n}|}}) = \frac{A_{xy:\overset{1}{\overline{n}|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}} \quad (2.83)$$ [33]

Dengan melibatkan simbol komutasi, maka persamaan diatas pada premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka n- tahun adalah sebagai berikut:

$$E[L] = P(A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}) = santunan \times \frac{A_{xy:\overset{1}{\overline{n}|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}}$$

$$= Q\,\frac{\frac{D_{x+n:y+n}}{D_{xy}}}{\frac{N_{xy}-N_{x+n:y+n}}{D_{xy}}}$$

$$E[L] = P(A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}) = Q\,\frac{D_{x+n:y+n}}{N_{xy}-N_{x+n:y+n}} \quad (2.84)$$

2. Modifikasi Formula Premi Tahunan Asuransi Jiwa *Joint Life* Dwiguna Murni Berjangka n Tahun.

Kontrak asuransi melibatkan pasangan suami-istri dengan usia x tahun dan y tahun. Pembayaran premi dilakukan n tahun selama keduanya masih hidup yaitu sebesar P selama n tahun. Dengan rincian sebagai berikut:

a. Apabila peserta asuransi dalam hal ini x dan y masih tetap hidup sampai kontrak asuransi berakhir, maka peserta asuransi akan mendapatkan santunan sebesar Q.

b. Apabila salah satu dari peserta meninggal dunia sebelum masa kontrak sebelum masa kontrak berakhir. Misalnya:

   1. Apabila y meninggal dunia sebelum berakhir dan x mencapai umur $x + n$ tahun, maka x akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar Q_x diakhir tahun ke n.

---

[33] Hans U.Gerber, *Life Insuransce Mathematics*, h. 53

2. Demikian juga sebaliknya jika x meninggal dunia sebelum berakhir dan y mencapai umur $y+n$ tahun, maka y akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar Q_y diakhir tahun ke n.

c. Apabila kematian dari pasangan juga terjadi x dan y keduanya meninggal dunia sebelum kontrak berakhir maka ahli waris akan mendapatkan uang pertanggungan sejumlah premi yang telah dibayarkan pada akhir tahun kematiannya.

Sehubungan dengan kontrak tersebut, maka nilai tunai dari *benefit* yang dibayarkan oleh pihak penanggung dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Nilai tunai dari pendapatan premi tahunan konstan pada asuransi *joint life* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P\big(1 + 1.v p_{xy} + 1.v^2\ {}_2p_{xy} + 1.v^3\ {}_3p_{xy} + \cdots + 1.v^{n-2}\ {}_{n-2}p_{xy} + 1.v^{n-1}\ {}_{n-1}p_{xy}\big) = P.\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$$

2. Nilai tunai dari *benefit* yang dibayarkan oleh pihak penanggung dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$= Q.v^n.\ {}_np_{xy} + Q_x \sum_{m=0}^{n-1}\sum_{k=n}^{\infty} v^k\ {}_kp_x\ {}_{m|}q_y + Q_y \sum_{k=0}^{n-1}\sum_{m=n}^{\infty} v^k\ {}_kp_y\ {}_{k|}q_x + P.(IA)^1_{xy:\overline{n}|}$$

$$= Q.v^n.\ {}_np_{xy} + Q_x\big(\textstyle\sum_{k=n}^{\infty} v^k\ {}_kp_x\big)\big(\sum_{m=0}^{n-1}\ {}_{m|}q_y\big) + Q_y\big(\sum_{m=n}^{\infty} v^k\ {}_kp_y\big)\big(\sum_{k=0}^{n-1}\ {}_{k|}q_x\big) + P.(IA)^1_{xy:\overline{n}|}$$

$$= Q.A_{xy:\overline{n}|}^{\ \ 1} + Q_x\ {}_{n|}\ddot{a}_x\ {}_nq_y + Q_y\ {}_{n|}\ddot{a}_y\ {}_nq_x + P.(IA)^1_{xy:\overline{n}|}$$

Dengan menggunakan prinsip ekuivalensi, besarnya premi adalah sebagai berikut:

$$P.\,\ddot{a}_{xy:\overline{n|}} = Q.\,A_{xy:\overline{n|}}^{\;\;1} + Q_{x}\; {}_{n|}\ddot{a}_{x}\; {}_{n}q_{y} + Q_{y}\; {}_{n|}\ddot{a}_{y}\; {}_{n}q_{x} + P.\,(IA)_{xy:\overline{n|}}^{1}$$

$$P.\,\ddot{a}_{xy:\overline{n|}} - P.\,(IA)_{xy:\overline{n|}}^{1} = Q.\,A_{xy:\overline{n|}}^{\;\;1} + Q_{x}\; {}_{n|}\ddot{a}_{x}\; {}_{n}q_{y} + Q_{y}\; {}_{n|}\ddot{a}_{y}\; {}_{n}q_{x}$$

$$P.\,(\ddot{a}_{xy:\overline{n|}} - (IA)_{xy:\overline{n|}}^{1}) = Q.\,A_{xy:\overline{n|}}^{\;\;1} + Q_{x}\; {}_{n|}\ddot{a}_{x}\; {}_{n}q_{y} + Q_{y}\; {}_{n|}\ddot{a}_{y}\; {}_{n}q_{x}$$

Dengan demikian dapat ditentukan besarnya premi tahunan konstan dengan dwiguna murni yang harus dibayarkan oleh peserta asuransi ialah sebagai berikut:

$$P = \frac{Q.A_{xy:\overline{n|}}^{\;\;1} + Q_{x}\; {}_{n|}\ddot{a}_{x}\; {}_{n}q_{y} + Q_{y}\; {}_{n|}\ddot{a}_{y}\; {}_{n}q_{x}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n|}} - (IA)_{xy:\overline{n|}}^{1}} \qquad (2.85)$$

L. Cadangan

Cadangan utama pada perusahaan asuransi jiwa adalah cadangan polis, karna hampir 90% dari total cadangan merupakan iuran yang didapatkan dari pembayaran premi. Cadangan polis ini menunjukkan jumlah yang digabung dengan premi netto dan bunga dimasa depan, akan persis cukup untuk membayar semua kewajiban polis pada waktu jatuh temponya jika terjadi kematian, dan bunga yang dihasilkan akan persis sama dengan yang diasumsikan. Berdasarkan uraian diatas maka cadangan premi pada asuransi jiwa merupakan taksiran sejumlah uang yang tersedia ditambah dengan jumlah uang yang akan diperoleh dari pembayaran premi netto dan bunga, dengan tujuan dapat membayar semua klaim secara penuh.[34]

[34]Drs. H. Abbas salim, MA, *Asuransi dan Manajemen Resiko*.h. 45.

Ada beberapa metode perhitungan cadangan premi yang bisa diterapkan oleh perusahaan asuransi dalam menentukan jumlah cadangannya adalah sebagai berikut:

a. Cadangan prospektif

Cadangan prospektif didefinisikan sebagai selisih antara nilai sekarang dari *benefit* yang akan diterima dengan nilai sekarang dari premi bersih yang akan datang sesuai dengan anuitas yang telah ditentukan. Jika x dan y adalah usia dari sepasang suami istri (pemegang polis) dan n adalah jangka waktu pembayaran premi dan t adalah tahun cadangan prospektif, maka cadangan tahunan prospektif disimbolkan dengan ${}_tV$ untuk setiap satuan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$ {}_tV(A_{xy:n\rceil}) = A_{x+t:y+t:n-t\rceil} - P(A_{xy:n\rceil})\ddot{a}_{x+t:y+t:n-t\rceil} \quad (2.86)$$

Dimana;

$A_{x+t:y+t:n-t\rceil}$: Premi tunggal bersih diskrit asuransi *joint life* berjangka n tahun. .

$P(A_{xy:n\rceil})$: Premi bersih tahunan asuransi jiwa endowment n tahun

$\ddot{a}_{x+t:y+t:n-t\rceil}$: Anuitas awal hidup berjangka.[35]

b. Cadangan Retrospektif

Sedangkan cadangan premi retrospektif adalah cadangan yang diperoleh berdasarkan perhitungan dari jumlah total pendapatan diwaktu yang lampau sambil dilakukan perhitungan cadangan, dikurangi dengan jumlah pengeluaran diwaktu yang lampau.

[35]Reskiana, *Penentuan cadangan Premi Asuransi jiwa Tahunan dengan Metode Illionis,* Skripsi (Makassar: FST Universitas Islam Negeri Alauddin makassar, 2018) h. 27.

Sama halnya dengan perhitungan anuitas dan premi, dalam perhitungan cadangan pun di bedakan menjadi dua jenis perhitungan, yaitu cadangan dengan perhitungan kontinu dan cadangan dengan perhitungan diskrit. Namun pada penelitian kali ini hanya menggunakan perhitungan cadangan retrospektif yang bersifat diskrit begitu pula anuitas dan premi yang digunakan yaitu bersifat diskrit.

1. Formula Cadangan Premi Tahunan Retrospektif

Sebuah perusahaan asuransi dengan santunan sebesar 1 pada asuransi *joint life*, dan besarnya premi tahunan dinyatakan dengan P, maka $P(1+i)$ merupakan besarnya premi tahunan yang telah dibayarkan lalu dibungakan selama setahun pada permulaan tahun pertama. Kemudian, l_{xy} merupakan banyaknya orang yang berumur x dan y tahun, sehingga $l_{xy}.P(1+i)$ merupakan banyaknya orang yang berumur x tahun dikalikan dengan jumlah premi tahunan yang dibayarkan dan dibungakan selama setahun. Hasil dari perkalian tersebut kemudian dikurangi dengan d_{xy} yang merupakan banyaknya x dan y yang meninggal sebelum mencapai akhir tahun pertama. Selanjutnya dibagi dengan $(l_{xy+1} + l_{x+1}.d_y + l_{y+1}.d_x)$ maksudnya yaitu, l_{xy+1} jumlah x dan y kemungkinan masih hidup sampai akhir tahun atau $x+1$ dan $y+1$ tahun. Kemudian di jumlahkan dengan $l_{x+1}.d_y$ yaitu kemungkinan hidup x pada usia $x+1$ dikalikan dengan jumlah kemungkinan dari y sudah meninggal sebelum mencapai akhir tahun pertama dan dijumlahkan dengan $l_{y+1}.d_x$ yaitu kemungkinan hidup y pada usia $y+1$ dikalikan dengan jumlah kemungkinan dari x yang sudah meninggal sebelum mencapai akhir tahun pertama. sehingga diperoleh formula cadangan manfaat pada akhir tahun pertama pada asuransi *joint life* adalah sebagai berikut:

$$_1V = \frac{\left(l_{xy}.P(1+i)\right)-P.d_{xy}}{l_{xy+1}+l_{x+1}.d_y+l_{y+1}.d_x} \tag{2.87}$$

Agar lebih memudahkan dalam penulisannya maka (k_n = l_{xy+n} + $l_{x+n}\cdot\ _nd_y$ + $l_{y+n}\cdot\ _nd_x$) dimana n = 1,2,3, … yang merupakan lamanya kontrak asuransi. Pada cadangan manfaat akhir tahun kedua adalah dengan $k_1.\ _1V$ merupakan selurtuh dana yang berasal dari tahun pertama dan ditambahkan dengan premi tahun kedua $l_{xy+1}.P$ dan keduanya dibungakan selama setahun. lalu dikurangi dengan $2.P\ _2d_{xy}$ yang merupakan uang pertanggungan yang dibayarkan pada akhir tahun kedua. Selisih tersebut kemudian dibagi dengan k_2 yang merupakan jumlah dari kemungkinan x dan y masih bertahan sampai dengan akhir tahun kedua yang ditambah dengan jumlah kemungkinan dari salah satu pasngan x dan y masih hidup dan pasangan yang lainnya sudah meninggal sebelum mencapai akhir tahun kedua. Sehingga diperoleh formula cadangan manfaat pada akhir tahun kedua ialah sebagai berikut:

$$_2V = \frac{(k_1.\ _1V+ l_{xy+1}.P)(1+i)-2.P\ _2d_{xy}}{k_2} \tag{2.88}$$

Selanjutnya untuk formula cadangan manfaat pada akhir tahun ke-n secara umum dapat diperoleh seperti pada formula cadangan manfaat tahun ke-2 dan dituliskan sebagai berikut:

$$ {}_{n}V = \frac{((k_{n-1} \cdot {}_{n-1}V + l_{xy+n-1}.P)(1+i) - n.P\ {}_{n}d_{xy}}{k_{n}} \quad (2.89)$$[36]

M. Kajian Integrasi

Asuransi merupakan jawaban dari kerugian keuangan yang terjadi secara tiba-tiba sehingga orang rela membayar kerugian yang sedikit untuk masa sekarang, agar bisa menghadapi kerugian-kerugian besar yang mungkin terjadi pada waktu mendatang. Hal tersebut bukanlah sesuatu yang buruk di dalam kehidupan masyarakat maupun dalam kehidupan beragama khususnya agama islam karena berasuransi pada intinya memberikan perlindungan kepada seseorang, seperti seorang kepala keluarga akan merasa tenteram dan tenang dalam menjamin keturunannya dikemudian hari, jika seorang kepala keluarga meninggal atau tidak mampu mencari nafkah untuk anak-anaknya, sudah tersedia jaminan untuk keluarganya dikemudian hari. Tindakan kepala keluarga tersebut sudah dijelaskan di dalam QS Al-Hasyr/59: 18:

©$b) ©$(qà)?$ %óï ôMB£‰ $B Ó§ øÿR öÝàZ÷Fø ©$(qà)?$(qãB#ä šú ïÏ%©$ šš»¯

ÇÊÑÈ bqè=Jè? $JÎ 7Î z

Terjemahnya:

> Hai orang-orang yang beriman, bertakwalah kepada Allah dan hendaklah setiap diri memperhatikan apa yang telah diperbuatnya untuk hari esok (akhirat); dan bertakwalah kepada Allah, sesungguhnya Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan.[37]

Ayat di atas menjelaskan bahwa Allah swt. menganjurkan kepada orang-orang beriman untuk bertakwa kepada-Nya, yaitu; selalu mempersiapkan hari

---

[36] Ni Luh Putu Ratna Dewi, dkk.*Penentuan Cadangan Premi Untuk Asuransi Joint Life*. E-Jurnal Matematika Vol. 5 (Bukit Jimbarang: FMIPA Universitas Udayana, 2016). h. 34-35.

[37]Departemen agama RI. *Al-Qur'an dan Terjemahannya* (Surabaya: CV Pustaka Agung Harapan, 2006), h.799.

esok (kedepannya). Dimana di dalam ayat tersebut terdapat kata $tuqaddim\hat{u}$ bisa berarti dikedepankan digunakan dalam arti amal-amal yang dilakukan untuk meraih manfaat dimasa datang.Ini seperti hal-hal yang dilakukan terlebih dahulu guna menyambut tamu sebelum kedatangannya.[38] Kemudian dipertegas kembali di dalam QS An-Nisa/4: 9:

©$\#(qà)G‹ù Ñôgžæ (qè{ $ÿ»èÊ zÏhè ôÏgÿèz ôÏB (qä•? qø šú ïÏ%!$ · ÷‚u‹ø9ur

ÇÒÈ #‰ƒÏ‰™ Zwöqs% (qä9qà)‹ø9ur

Terjemahnya:

> Dan hendaklah takut kepada Allah orang-orang yang seandainya meninggalkan dibelakang mereka anak-anak yang lemah, yang mereka khawatir terhadap (kesejahteraan) mereka. Oleh sebab itu hendaklah mereka bertakwa kepada Allah dan hendaklah mereka mengucapkan perkataan yang benar.[39]

Ayat tersebut menekankan bahwa hendaklah orang-orang yang memberi aneka nasihat kepada pemilik harta agar membagikan hartanya kepada orang lain sehingga anak-anaknya terbengkalai, hendaklah mereka membayangkan seandainya mereka akan meninggalkan di belakang mereka, yakni setelah kematian mereka, anak-anak yang lemah karena masih kecil atau tidak memiliki harta, yang mereka khawatir terhadap kesejahteraan atau penganiayaan atas mereka, yakni anak-anak lemah itu. Apakah jika keadaan serupa mereka alami, mereka akan menerima nasihat-nasihat seperti yang mereka berikan itu?, tentu saja tidak! Karena itu- hendaklah mereka takut kepada Allah atau keadaan anak-anak mereka di masa depan. Oleh sebab itu, hendaklah mereka bertakwa kepada

[38]M. Quraish Shihab, *Tafsir Al-Misbah Pesan, Kesandan Keserasian Al-Qur'an*, vol. 13 (Jakarta: Lentera hati, 2012) h.552.

[39] Departemen agama RI. *Al-Qur'an dan Terjemahannya* , h.101.

Allah dengan mengindahkan sekuat kemanpuan seluruh perintah-Nya dan menjauhi larangan-Nya dan hendaklah mereka mengucapkan perkataan yang benar lagi tepat.[40]

Maksud dari kedua ayat tersebut di atas adalah sebagai berikut:

a. Salah satu indikator orang yang bertakwa adalah orang yang mempersiapkan hari esoknya lebih baik dari hari ini.
b. Menekankan bahwa orang yang bertakwa itu orang selalu memikirkan kesejahteraan anak-anaknya dikemudian hari, pasca meninggalnya.
c. Pada kalimat "Oleh sebab itu hendaklah mereka bertakwa kepada Allah dan hendaklah mereka mengucapkan perkataan yang benar", yaitu menekankan kepada pihak asuransi untuk bertakwa kepada Allah SWT dengan menepati apa yang dijanjikan kepada peserta asuransinya yang meninggal dengan memberikan santunan kepada anak-anaknya dikemudian hari, pasca meninggalnya.

Meskipun asuransi dilihat sesuatu yang sangat bermanfaat. Namun dikalangan para ulama fiqih terdapat perbedaan pandangan mengenai dibolehkannya dan diharamkannya berasuransi diataranya sebagai berikut:

a. Ulama yang mengharamkan yaitu Muhammad Yousuf Al-Qardhawi dan sayid sabiq, dengan alasan bahwa adanya premi yang diterima oleh pihak asuransi yang kemudian dapat diputar dalam praktik riba, terdapat unsur perjudian karna di dalamnya mengandung unsur ketidakpastian, adanya jual-

---

[40]M. Quraish Shihab, *Tafsir Al-Misbah Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an*, vol. 2, h. 425.

beli dengan arti tukar-menukar uang yang tidak secara tunai, kemudian objek bisnisnya bergantung hidup dan matinya seseorang.

b. Ulama yang membolehkan yaitu Abdul wahab khallaf, Mustafa Ahmad Zarqa dan Ibnu abidin dengan beberapa alasan bahwa tidak ditemukannya *nash Alqur'an* atau hadits yang melarang berasuransi. Adanya kesepakatan dan kerelaan antara kedua belah pihak. Adanya saling menguntungkan antara kedua belah pihak. Asuransi mengandung kepetingan umum, karna premi-premi yang terkumpul dapat diinvestasikan dalam kegiatan pembangunan. Asuransi termasuk akad *mudharabah*, antara pihak pemegang polis dan pihak perusahaan asuransi.

Ulama yang menganggap asuransi sesuatu yang meragukan hukumnya, yaitu Abu Zahrah merupakan guru besar hukum islam di Universitas kairo dengan alasan bahwa asuransi yang bersifat sosial dibolehkan karna jenis asuransi ini tidak mangandung unsur-unsur yang dilarang dalam islam sedangkan asuransi yang sifatnya bisnis komersial tidak dibolehkan karna mengandung sesuatu yang dilarang dalam islam.

BAB III

METEODE PENELITIAN

A. *Jenis Penelitian*

Penelitian ini adalah penelitian terapan.

B. *Lokasi dan Waktu penelitian*

Lokasi yang digunakan diperpustakaan Kampus UIN- alauddin Makassar dan Waktu yang diperlukan dalam penelitian ini, mulai dari awal bulan Oktober 2018 sampai akhir bulan Maret 2019.

C. *Jenis dan Sumber Data*

Jenis data yang digunakan peneliti adalah data peluang kematian yang diperoleh dari Tabel Mortalitas Indonsia Tahun 2011 untuk laki-laki dan perempuan dan tingkat suku bunga Bank Sentral Indonesia Tahun 2018.

D. *Variabel dan Definisi Variabel*

1. Variabel

   a. x : Usia tertanggung dari laki-laki.

   b. y : Usia tertanggung dari perempuan.

   c. n : Lama pertanggungan serta lama pembayaran asuransi.

   d. i : Tingkat Suku bunga.

   e. Q : Jumlah santunan jika keduanya hidup mencapai kontrak.

   f. Q_x: Jumlah uang pertaggungan jika y meninggal sebelum mencapai kontrak.

   g. Q_y: Jumlah uang pertaggungan jika x meninggal sebelum mencapai kontrak.

2. Definisi Variabel

Berikut beberapa definisi dari variabel-variabel di atas yaitu sebagai berikut;

a. Usia awal peserta asuransi suami-istri pada saat mengikuti kontrak asuransi *joint life* suami $(x) = 30$ dan istri $(y) = 28$ tahun.
b. Masa pertanggungan asuransi yaitu $(n) = 20$ tahun.
c. Tingkat suku bunga yang digunakan sesuai dengan suku Bunga Bank Indonesia yaitu $(i) = 6\%$.
d. Besar santunan $(Q) = 100.000.000$, $(Q_x) = 50.000.000$ dan $(Q_y) = 50.000.000$

E. Prosedur Pelaksanaan Penelitian

1. Menghitung nilai dari simbol-simbol komutasi.
2. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka-n tahun.
3. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari anuitas hidup awal yang ditunda n tahun.
4. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari anuitas hidup awal *joint life* berjangka.
5. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari asuransi *joint life* berjangka n tahun dengan *benefit* meningkat.
6. Menghitung premi tahunan pada asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka-n tahun.

7. Menghitung nilai cadangan premi tahunan dengan menggunakan formula cadangan retrospektif.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. *Hasil Penelitian*

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan besarnya cadangan premi asuransi jiwa *joint life* dengan menggunakan metode retrospektif. Sehingga diperoleh hasilnya dengan menggunakan langkah-langkah sebagai berikut;

1. Menghitung Nilai dari Simbol-simbol Komutasi.

Cara menghitung nilai dari setiap simbol komutasi D_x, D_y, D_{xy}, C_x, C_y, C_{xy}, N_x, N_y, N_{xy}, R_{xy} adalah sebagai berikut;

a. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi untuk usia awal dari laki-laki $(x) = 30$ tahun dengan banyaknya peserta asuransi yang hidup pada usia 30 tahun mencapai umur 50 tahun (D_x).

   Cara memperoleh nilai dari D_x pada (Lampiran 5) maka digunakan rumus sebagai berikut;

   $D_x = v^x l_x$

   Contoh menghitung nilai dari D_x dimana $x = 30$

   $$D_{30} = \left(\frac{1}{1+0,06}\right)^{30} l_{30}$$
   $$= (0,943396226)^{30}.(97789,15181)$$
   $$= (0,174110128).(97789,15181)$$
   $$= 17026,0818$$

Untuk memperoleh nilai D_{31} sampai D_{50} yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada D_{30}. Sehingga nilai perhitungannya dapat dilihat pada (Lampiran 5).

b. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi untuk usia perempuan $(y) = 28$ tahun dengan banyaknya peserta asuransi yang hidup pada usia 28 tahun tahun mencapai umur 48 tahun (D_y).

Cara memperoleh nilai dari D_y pada (Lampiran 5) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$D_y = v^y l_y$

Contoh menghitung nilai dari D_y dimana $y = 28$

$$D_{28} = \left(\frac{1}{1+0,06}\right)^{28} l_{28}$$

$$= (0,943396226)^{28}.(98779,67611)$$

$$= (0,195630141).(98779,67611)$$

$$= 19324,2819$$

Untuk memperoleh nilai perhitungan dari D_{29} sampai D_{48} yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada D_{28}. Sehingga nilai perhitungannya dapat dilihat pada (Lampiran 5).

c. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi *joint life* dengan banyaknya peserta asuransi yang hidup pada usia 30 dan 28 tahun sampai rentan waktu 20 tahun (D_{xy}).

Cara memperoleh nilai dari D_{xy} pada (Lampiran 5) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$D_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}$

Contoh menghitung nilai dari D_{xy} dimana $x = 30$ dan $y = 28$.

$$D_{30+0:28+0} = \left(\frac{1}{1+0,06}\right)^{\frac{1}{2}(30+28)+0} l_{30+0:28+0}$$

$$= (0,943396226)^{29}.(97789,15181).(98779,67611)$$

$$= (0,184556736).(9659580742,8634)$$

$$= 1782740696,9949$$

Untuk memperoleh nilai dari $D_{31:29}$ sampai $D_{50:48}$ yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada $D_{30:28}$. Sehingga nilai perhitungannya dapat dilihat pada (Lampiran 5).

d. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi untuk usia laki-laki $(x) = 30$ tahun dengan jumlah peserta asuransi yang meninggal pada usia 30 tahun (C_x).

Cara memperoleh nilai dari C_x pada (Lampiran 6) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$C_x = v^{x+1} d_x$ dimana $d_x = l_x - l_{x+1}$

Contoh menghitung nilai dari C_x dimana $x = 30$, adalah sebagai berikut;

$$C_{30} = \left(\frac{1}{1+0,06}\right)^{30+1} (l_{30} - l_{30+1})$$

$$= (0,943396226)^{31}(97789,15181 - 97714,83206)$$

$$= (0,164254838)(74,31975)$$

$$= 12,2074$$

Untuk memperoleh nilai dari C_{31} sampai C_{50} yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada C_{30}. Sehingga nilai perhitungan yang diperoleh dari C_x dapat dilihat pada (Lampiran 6).

e. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi untuk usia laki-laki $(y) = 28$ tahun dengan jumlah peserta asuransi yang meninggal pada usia 28 tahun (C_y).

Cara memperoleh nilai dari C_y pada (Lampiran 6) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$C_y = v^{y+1}d_y$ dimana $d_y = l_y - l_{y+1}$

Contoh menghitung nilai dari C_y dimana $y = 28$ adalah sebagai berikut;

$$C_{28} = \left(\frac{1}{1+0{,}06}\right)^{28+1} (l_{28} - l_{28+1})$$

$$= (0{,}943396226)^{29}(98779{,}67611 - 98732{,}26186)$$

$$= (0{,}184556736)(47{,}41425)$$

$$= 8{,}7506$$

Untuk memperoleh nilai dari C_{29} sampai C_{50} yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada C_{28}. Sehingga nilai yang diperoleh dapat dilihat pada kolom nilai C_y pada (Lampiran 6).

f. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi *joint life* dengan banyaknya peserta asuransi yang meninggal pada usia 30 dan 28 tahun (C_{xy}).

Cara memperoleh nilai dari C_{xy} yang terdapat pada (Lampiran 6) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$C_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)+1}d_{xy}$ dimana $d_{xy} = l_{xy} - l_{x+1:y+1}$

Contoh menghitung nilai dari C_{xy} dimana $x = 30$, dan $y = 28$ adalah sebagai berikut;

$$C_{30+0:28+0} = \left(\frac{1}{1+0,06}\right)^{\frac{1}{2}(30+28)+1} (l_{30+0:28+0} - l_{30+1:28+1})$$

$$C_{30:28} = (0,943396226)^{30}.(9659580742,8634 - 9647606386,5538)$$

$$= (0,174110128).(11974356,309577028)$$

$$= 2084856,7171$$

Untuk memperoleh nilai dari $C_{31;29}$ sampai $C_{50;48}$ yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada $C_{30;28}$. Sehingga nilai yang diperoleh dari C_{xy} dapat dilihat pada (Lampiran 6).

g. Menghitung nilai dari N_x dengan cara menghitung nilai akumulasi dari D_{x+k} dengan $k = 0$ sampai dengan $w = 20$ tahun.

Cara memperoleh nilai dari N_x pada (Lampiran 7) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$$N_x = \sum_{k=0} D_{x+k}$$

$$= D_{x+0} + D_{x+1} + D_{x+2} + \cdots + D_{ww}$$

Contoh menghitung nilai dari N_x dimana $x = 30$, adalah sebagai berikut;

$$N_{30} = D_{30+0} + D_{30+1} + D_{30+2} + \cdots + D_{30+20}$$

$$= D_{30} + D_{31} + D_{32} + \cdots + D_{50}$$

$$= 17026,0818 + 16050,1339 + 15129,5225 + \cdots + 5110,7597$$

$$= 210319,2317$$

Untuk memperoleh nilai perhitungan dari N_{31} sampai N_{50} yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada N_{30}. Sehingga nilai yang diperoleh dari kolom nilai N_x secara lengkap dapat dilihat pada (Lampiran 7).

h. Menghitung nilai dari N_y dengan cara menghitung nilai dari akumulasi dari D_{y+k} dengan $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.

Cara memperoleh nilai dari N_y yang terdapat dalam (Lampiran 7) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$N_x = \sum_{k=0} D_{x+k}$

$= D_{y+0} + D_{y+1} + D_{y+2} + \cdots + D_{ww}$

Contoh menghitung nilai dari N_y dimana $y = 28$, adalah sebagai berikut;

$N_{28} = D_{28+0} + D_{28+1} + D_{28+2} + \cdots + D_{28+20}$

$= D_{28} + D_{29} + D_{30} + \cdots + D_{48}$

$= 19324{,}2819 + 18221{,}7040 + 17181{,}5198 + \cdots + 5895{,}4983$

$= 239569{,}3796$

Untuk memperoleh nilai dari N_{29} sampai N_{48} yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada N_{28}. Sehingga nilai N_y yang diperoleh dapat dilihat secara lengkap pada (Lampiran 7).

i. Menghitung nilai dari N_{xy} dengan cara menghitung nilai akumulasi dari $D_{x+k;y+k}$ dengan $k = 0$ sampai dengan $w = 20$ tahun.

Cara memperoleh nilai dari N_{xy} yang terdapat dalam (Lampiran 7) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$N_{xy} = \sum_{k=0;k=0} D_{x+k;y+k}$

$= D_{x+0;y+0} + D_{x+1;y+1} + D_{x+2;y+2} + \cdots + D_{ww}$

Contoh menghitung nilai dari N_{xy} dimana $x = 30$ dan $y = 28$ adalah sebagai berikut;

$N_{30:28} = D_{30+0;28+0} + D_{30+1;28+1} + D_{30+2;+2} + \cdots + D_{30+20;28+20}$

$= D_{30;28} + D_{31;29} + D_{32;+30} + \cdots + D_{50;48}$

$= 1782740696{,}9949 + 1679745988{,}7645 + 1582590760{,}4746 +$

$\ldots + 523592467{,}5391$

$= 21894764097{,}5862$

Untuk memperoleh nilai perhitungan pada $N_{31:29}$ sampai $N_{50:48}$ yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada $N_{30:28}$. Sehingga nilai N_{xy} yang diperoleh dapat dilihat secara lengkap pada (Lampiran 7).

j. Menghitung nilai dari M_x dengan cara menghitung akumulasi dari nilai C_{x+k} dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.

Cara memperoleh nilai dari M_x yang terdapat pada (Lampiran 8) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$M_x = \sum_{k=0;} C_{x+k}$

$= C_{x+0} + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots + C_w$

Contoh menghitung nilai dari M_x dimana $x = 30$, adalah sebagai berikut;

$M_{30} = C_{30+0} + C_{30+1} + C_{30+2} + \cdots + C_{30+20}$

$= C_{30} + C_{31} + C_{32} + \cdots + C_{50}$

$= 12{,}2074 + 12{,}1133 + 11{,}8467 + \cdots + 25{,}9395$

$= 325{,}6877$

Untuk memperoleh nilai perhitungan pada M_{31} sampai M_{50}yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada M_{30}. Sehingga nilai M_y yang diperoleh dapat dilihat secara lengkap pada (Lampiran 8).

k. Menghitung nilai dari M_y dengan cara menghitung akumulasi dari nilai C_{y+k} dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.

Cara memperoleh nilai dari M_y yang terdapat pada kolom (lampiran 8) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$M_y = \sum_{k=0;} C_{y+k}$

$= C_{y+0} + C_{y+1} + C_{y+2} + \cdots + C_w$

Contoh menghitung nilai dari M_y dimana $y = 28$, adalah sebagai berikut;

$M_{28} = C_{28+0} + C_{28+1} + C_{28+2} + \cdots + C_{28+20}$

$= C_{28} + C_{29} + C_{30} + \cdots + C_{48}$

$= 8{,}7506 + 8{,}7670 + 8{,}7528 + \cdots + 14{,}9056$

$= 216{,}8656$

Untuk memperoleh nilai perhitungan pada M_{29} sampai M_{48}yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada M_{28}. Sehingga diperoleh nilainya secara lengkap pada kolom M_y (Lampiran 8).

l. Menghitung nilai dari M_{xy} dengan cara menghitung akumulasi dari nilai $C_{x+k;y+k}$ dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.

Cara memperoleh nilai dari M_{xy} pada kolom (Lampiran 8) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$M_{xy} = \sum_{k=0;k=0} C_{x+k;y+k}$

$= C_{x+0;y+0} + C_{x+1;y+1} + C_{x+2;y+2} + \cdots + C_{ww}$

Contoh menghitung nilai dari M_{xy} dimana $x = 30$ dan $y = 28$, adalah sebagai berikut;

$M_{30;28} = C_{30+0;28+0} + C_{30+1;28+1} + \cdots + C_{30+20;28+20}$

$= C_{30;28} + C_{31;29} + \cdots + C_{50;48}$

$= 2084856{,}7171 + 2075265{,}9645 + \cdots + 3974156{,}5471$

$= 53433416{,}9406$

Untuk memperoleh nilai perhitungan pada $M_{31:29}$ sampai $M_{50:48}$ yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada $M_{30:28}$. Sehingga diperoleh nilainya secara lengkap pada kolom nilai M_{xy} (Lampiran 8).

m. Menghitung nilai dari R_{xy} dengan cara menghitung akumulasi dari nilai $k + 1C_{x+k:y+k}$ dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.

Cara memperoleh nilai dari R_{xy} pada kolom (Lampiran 8) maka digunakan rumus sebagai berikut;

$R_{xy} = \sum_{k=0;k=0} k + 1C_{x+k;y+k}$

$= C_{x+0;y+0} + 2C_{x+1;y+1} + 3C_{x+2;y+2} + \cdots + k + 1C_{ww}$

Contoh menghitung nilai dari R_{xy} dimana $x = 30$ dan $y = 28$, adalah sebagai berikut;

$R_{30;28} = C_{30+0;28+0} + 2C_{30+1;28+1} + \cdots + 20 + 1C_{30+20;28+20}$

$= C_{30;28} + 2C_{31;29} + \cdots + 21C_{50;48}$

$= 2084856{,}7171 + 4150531{,}9291 + \cdots + 83457287{,}4894$

$= 662425116{,}8307$

Untuk memperoleh nilai perhitungan pada $R_{31:29}$ sampai M_{48}yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada $N_{30:28}$. Sehingga diperoleh nilainya secara lengkap pada kolom R_{xy} (Lampiran 8).

2. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari asuransi jiwa *joint life* dwiguna murni berjangka-n tahun.

Perhitungan premi tunggal bersih dari asuransi *joint life* dwiguna murni dengan berjangka $n = 20$ tahun dimana usia awal dari laki-laki $x = 30$ tahun dan usia awal perempuan $y = 28$ tahun dengan menggunakan persamaan (2.77) adalah sebagai berikut;

$$A_{30:28:\overline{20|}}^{\;\;1} = \frac{D_{30+20:28+20}}{D_{30;20}}$$

$$= \frac{D_{50;48}}{D_{30;20}}$$

Dimana nilai dari $D_{50;48} = 523592467{,}5391$ dan $D_{30;28} = 1782740696{,}9949$ masing-masing diperoleh dari (Lampiran 5) pada kolom nilai D_{xy}.

$$A_{30:28:\overline{20|}}^{\;\;1} = \frac{523592467{,}5391}{1782740696{,}9949}$$

$$= 0{,}293700855$$

Jadi, premi tunggal bersih dari asuransi *joint life* sebesar $0{,}293700855$.

a. Kemudian peluang dari laki-laki dengan usia awal sebesar $x = 30$ akan meninggal sebelum mencapai umur 50 tahun dengan menggunakan persamaan (2.22) yaitu sebagai berikut;

$${}_{20}q_{30} = \frac{l_{30} - l_{30+20}}{l_{30}}$$

$$= \frac{l_{30} - l_{50}}{l_{30}}$$

Nilai dari masing-masing l_{30} = 97789,15181 dan l_{50} = 94140,98402 diperoleh dari (Lampiran 1) pada kolom nilai l_x.

$${}_{20}q_{30} = \frac{97789{,}15181 - 94140{,}98402}{97789{,}15181}$$

$$= 0{,}037306467$$

Jadi, peluang meninggal dari peserta laki-laki sebesar 0,037306467.

b. Kemudian peluang dari perempuan dengan usia awal sebesar y = 28 akan meninggal sebelum mencapai umur 48 tahun dengan menggunakan persamaan (2.22) adalah sebagai berikut;

$${}_{20}q_{28} = \frac{l_{28} - l_{28+20}}{l_{28}}$$

Nilai dari masing-masing l_{28} = 98779,67611 dan l_{48} = 96650,04575 diperoleh dari (Lampiran 2) pada kolom nilai l_y.

$${}_{20}q_{28} = \frac{98779{,}67611 - 96650{,}04575}{98779{,}67611}$$

$$= 0{,}021559398$$

Jadi, peluang meninggal dari peserta perempuan sebesar 0,021559398.

3. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari anuitas hidup awal yang ditunda n tahun.

a. Anuitas hidup awal yang ditunda dari usia laki-laki (x).

Perhitungan nilai sekarang aktuaria dari anuitas tertunda dengan usia awal suami x = 30 dengan jangka waktu penundaan selama n = 20 tahun dengan menggunakan persamaan (2.46) adalah sebagai berikut;

$${}_{20|}\ddot{a}_{30} = \frac{N_{30+20}}{D_{30}}$$

$= \frac{N_{50}}{D_{30}}$

Nilai dari $N_{50} = 5110,7597$ diperoleh dari kolom nilai N_x pada (Lampiran 7) dan nilai $D_{30} = 17026,0818$ diperoleh dari (Lampiran 5) kolom nilai N_x.

$_{20|}\ddot{a}_{30} = \frac{5110,7597}{17026,0818}$

$= 0,300172392$

Jadi, nilai dari anuitas awal tertunda dari laki-laki sebesar 0,300172392.

b. Anuitas hidup awal yang ditunda dari usia perempuan (y).

Perhitungan nilai sekarang aktuaria dari anuitas tertunda dengan usia awal perempuan $y = 28$ dengan jangka waktu penundaan selama $n = 20$ tahun dengan menggunakan persamaan (2.46) adalah sebagai berikut;

$_{20|}\ddot{a}_{28} = \frac{N_{28+20}}{D_{30}}$

$= \frac{N_{48}}{D_{28}}$

Nilai dari $N_{48} = 5895,4983$ diperoleh dari kolom nilai N_y pada (Lampiran 7) dan nilai $D_{28} = 19324,2819$ diperoleh dari (Lampiran 5) kolom nilai D_y.

$_{20|}\ddot{a}_{28} = \frac{5895,4983}{19324,2819}$

$= 0,305082400$

Jadi, nilai dari anuitas awal tertunda dari perempuan sebesar 0,305082400

4. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari anuitas hidup awal *joint life* berjangka.

Perhitungan nilai sekarang aktuaria dari anuitas awal *joint life* dengan usia awal laki-laki yaitu $x = 30$ dan perempuan yaitu $y = 28$ dengan jangka waktu pembayaran n = 20 tahun engan menggunakan persamaan (2.51) adalah sebagai berikut;

$$\ddot{a}_{30;28:\overline{20}|} = \frac{N_{30;28} - N_{30+20:28+20}}{D_{30:28}}$$

$$= \frac{N_{30;28} - N_{50:48}}{D_{30:28}}$$

Nilai dari masing-masing komutasi yaitu $N_{30;28}$ = 21894764097,5862 dan $N_{50:48}$ = 523592467,5391 diperoleh dari (Lampiran 7) pada kolom nilai N_{xy} sedangkan nilai $D_{30;28}$ = 1782740696,9949 diperoleh dari (Lampiran 5) pada kolom nilai D_{xy}.

$$\ddot{a}_{30;28:\overline{20}|} = \frac{21894764097{,}5862 - 523592467{,}5391}{1782740696{,}9949}$$

$$= \frac{21371171630.0471}{1782740696{,}9949}$$

$$= 11{,}987818344$$

Jadi, nilai dari anuitas hidup awal *joint life* berjangka sebesar 11,987818344.

5. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari asuransi jiwa *joint life* berjangka n tahun dengan *benefit* meningkat.

Perhitungan premi tunggal bersih dari asuransi jiwa *joint life* berjangka n = 20 tahun dengan *benefit* meningkat dimana usia awal laki-laki yaitu x = 30 dan perempuan yaitu y = 28 dengan menggunakan persamaan (2.79) adalah sebagai berikut;

$$(IA)^{1}_{30:28:\overline{20}|} = \frac{R_{30:28} + R_{30+20:28+20} - [20\ (M_{30+20:28+20})]}{D_{30:28}}$$

$$= \frac{R_{30:28} + R_{50:48} - [20\ (M_{50:48})]}{D_{30:28}}$$

Nilai dari masing-masing komutasi yaitu $R_{30;28} = 662425116{,}8307$, nilai $R_{50:48} = 83457287{,}4894$ diperoleh dari (Lampiran 8) pada kolom nilai R_{xy} dan $M_{50:48} = 3974156{,}5471$ diperoleh dari (Lampiran 8) pada kolom nilai M_{xy}. sedangkan nilai $D_{30;28} = 1782740696{,}9949$ diperoleh dari (Lampiran 5) pada kolom nilai D_{xy}

$$(IA)^{1}_{30:28:20]} = \frac{662425116{,}8307 + 83457287{,}4894 - [20(3974156{,}5471)]}{1782740696{,}9949}$$

$$= \frac{745882404{,}3201 - 79483130942}{1782740696{,}9949}$$

$$= 0{,}373806059$$

Jadi, premi tunggal bersih dari asuransi *joint life* dengan *benefit* meningkat yaitu sebesar 0,373806059.

6. **Menghitung premi tahunan pada asuransi jiwa *joint life* dwiguna murni berjangka-n tahun.**

Premi pertahun dari asuransi dwiguna murni berjangka n didapatkan secara konstan dengan menggunakan pesamaan (2.85) adalah sebagai berikut:

$$P = \frac{10^8 \times 0{,}293700855 + 5 \times 10^7 \times 0{,}300172392 \times 0{,}021559398 + 5 \times 10^7 \times 0{,}305082400 \times 0{,}037306467}{11{,}987818344 - 0{,}373806059}$$

$$= \frac{329370085{,}5000 + 323576{,}8034 + 569077{,}3244}{11{,}614012285}$$

$$= Rp.\, 2.605.709{,}2833$$

Jadi, premi konstan yang harus dibayarkan oleh sapasang suami-istri yang berusia 30 tahun dan 28 tahun kepada pihak asuransi selama 20 tahun yaitu, sebesar $Rp.$ 2.605.709,2833.

7. Menghitung nilai cadangan premi tahunan dengan menggunakan formula cadangan retrospektif.

Perhitungan nilai cadangan pada asuransi dwiguna murni dengan menggunakan premi yang konstan setiap tahunnya dari usia awal suami-istri 30 dan 28 tahun selama 20 tahun didapatkan sebagai berikut.

a. Formula Cadangan Retrospektif Pada Tahun pertama.

Formula cadangan pada tahun pertama dengan menggunakan persamaan (2.87) adalah sebagai berikut;

$$ {}_1V = \frac{\left(l_{30:28} \times \mathrm{P} \times (1{,}06)\right) - \mathrm{P} \times {}_1d_{30:28}}{l_{31:29} + l_{31\times} d_{28} + l_{29} \times d_{30}} $$

Nilai dari $l_{30:28} \times P \times (1{,}06) = 26680262767333000{,}0000$ atau dapat diperoleh dari (Lampiran 9) di kolom nilai $\left(k_{n-1} \cdot {}_{n-1}V + l_{xy}.\mathrm{P}\right)(1+i)$, sedangkan nilai dari $\mathrm{P} \times d_{30:28} = 31201691397409{,}2000$ diperoleh dari (Lampiran 10) pada kolom nilai $n.P\ {}_nd_{xy}$. sedangkan nilai $k_1 = l_{31:29} + l_{31\times} d_{28} + l_{29} \times d_{30} = 9659577219{,}0482$ atau dapat diperoleh dari (Lampiran 9) pada kolom nilai k_n.

$$ {}_1V = \frac{26680262767333000{,}0000 - 31201691397409{,}2000}{9659577219{,}0482} $$

$$ = Rp.\ 2.758.822{,}7178 $$

Jadi, jumlah cadangan premi pada asuransi dwiguna murni berjangka 20, ditahun pertama yaitu sebesar $Rp.\ 2.758.822{,}7178$.

a. Cadangan pada tahun Kedua.

Formula cadangan pada tahun kedua dengan menggunakan persamaan (2.88) adalah sebagai berikut;

$$ {}_2V = \frac{(k_1 \cdot {}_1V + l_{31:29} \times \mathrm{P})(1{,}06) - 2 \times \mathrm{P} \times {}_2d_{30:28}}{k_2} $$

Nilai dari $(k_1 . {}_1V + l_{31:29} \times \text{P})(1{,}06) = 54895193714943500{,}0000$ dapat dilihat di kolom nilai $\left(k_{n-1} . {}_{n-1}V + l_{xy+n-1} . P\right)(1+i)$ pada (Lampiran 9), nilai $2 . P\ {}_2d_{30:28} = 65843293835191{,}6000$ atau dapat dilihat di kolom $n . P\ {}_nd_{xy}$ pada (Lampiran 10) sedangkan nilai $k_2 = 9647602450.3305$ diperoleh dari (Lampiran 9) pada kolom nilai k_n.

$$
\begin{aligned}
{}_2V &= \frac{54895193714943500{,}0000 - 65843293835191{,}6000}{9{,}647{,}602{,}450.3305} \\
&= Rp. 5.683.209{,}9688
\end{aligned}
$$

Jadi, jumlah cadangan premi ditahun kedua yaitu sebesar Rp. 5.683.209,9688.

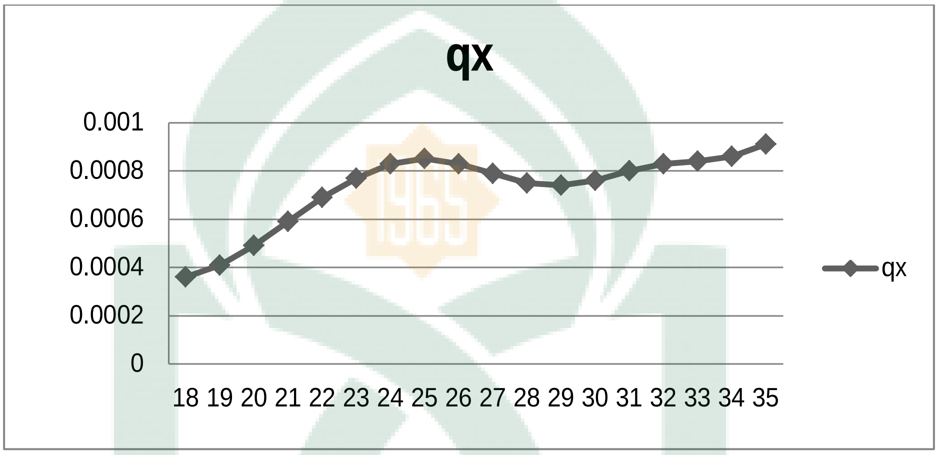
Untuk lebih lengkapnya jumlah cadangan premi pertahunnya selama 20 tahun dapat dilihat pada tabel berikut:

Table 4.1. Jumlah cadangan premi pertahunnya dari metode retrospektif pada asuransi *Joint life*.

n	Cadangan Pertahun (${}_nV$)	n	Cadangan Pertahun (${}_nV$)
1	2.758.822,7178	11	41.368,134.2132
2	5.683.209,9688	12	46.633.189.0569
3	8.783.449,5141	13	52.226.532.6937
4	12.070.587,3555	14	58.168.483.4214
5	15.555.921,4046	15	64.482.858.6064
6	19.251.520,2901	16	71.197.260.7242
7	23.170.205,3220	17	78.344.023.9623
8	27.325.883,9136	18	85.957.376.0964
9	31.733.068,7443	19	94.075.372.7842
10	36.407.433,3186	20	102.742.094.3398

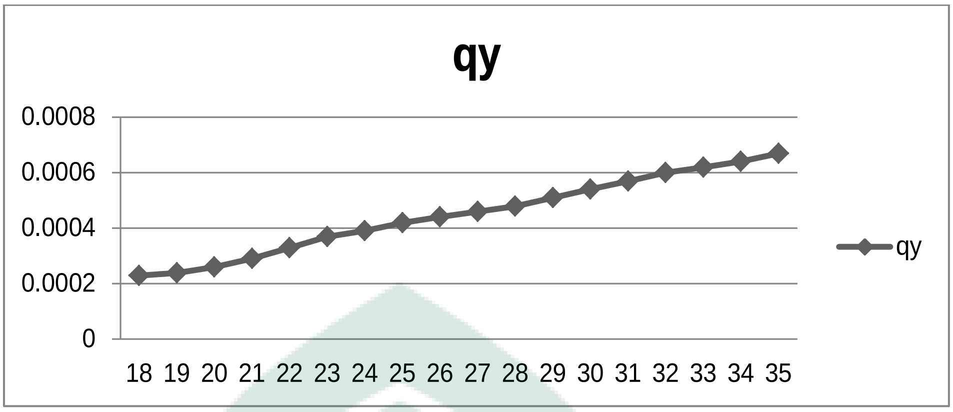
B. Pembahasan

Profil yang ditampilkan pada penelitian ini adalah sepasang suami-istri yang berumur 30 dan 28 tahun. yaitu dimana suami $x = 30$ tahun dan istri $y = 28$ tahun megikatkan diri pada salah satu asuransi yang menerapkan bunga $i = 6\%$ pertahunnya selama $n = 20$ tahun.



Gambar 4.1: Nilai qx.

Pada grafik di atas menunjukkan keadaan Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2011 dari laki-laki dengan plot peluang kematian yang sekaligus mengalami peningkatan dan sekaligus mengalami penurunan, dimana jika dilihat pada usia 18 tahun sampai usia 25 tahun plot terlihat mengalami penanjakan dan kemudian mengalami penurunan pada umur 26 sampai 29 tahun. Kemudian pada umur 30 dan seterusnya peluang kematian terus mengalami peningkatan sampai umur 111 tahun sehingga jumlah yang hidup dari 100.000 orang laki-laki pada usia 0 dan tersisa 0 yang hidup pada usia 111 tahun.



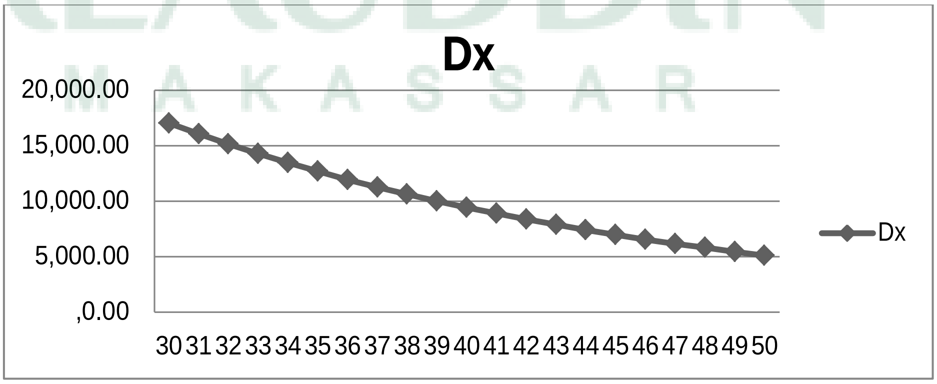
Gambar 4.2: Nilai qy.

Plot dari grafik di atas menunjukkan usia perempuan mengalami penanjakan yang terus –menerus secara konstan artinya peluang kematian dari usia 18 sampai 111 tahun terus –menerus mengalami peningkatan tanpa mengalami penurunan sehingga pada usia 111 tahun jumlah yang hidup tersisa 0 orang.

Pada bagian hasil di atas terdiri atas tujuh langkah-langkah, sedangkan pada bagian ini bertujuan untuk menjelaskan ketujuh dari langkah-langkah tersebut.

1. Menghitung nilai dari simbol komutasi

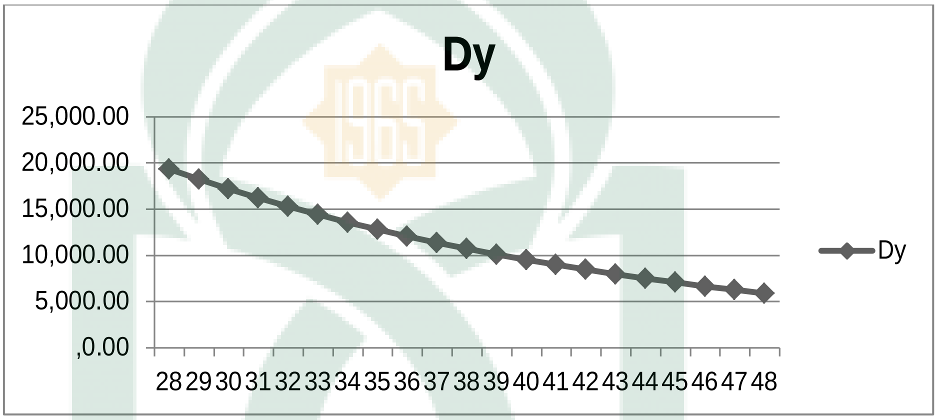
a. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi untuk usia awal dari laki-laki (x) = 30 tahun dengan jumlah yang hidup pada usia 30 tahun mencapai umur 50 tahun (D_x).



Gambar 4.3: Nilai dari Dx

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot D_x dari usia 30 tahun sampai 50 tahun terus mengalami penurunan yang. Artinya semakin bertambahnya usia dari x maka nilai tunai dari pembayaran D_x semakin menurun.

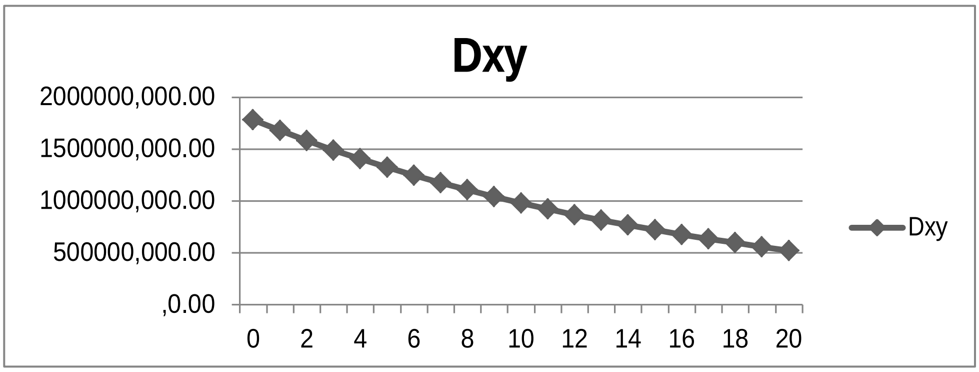
b. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi untuk usia perempuan $(y) = 28$ tahun dengan jumlah yang hidup pada usia 28 tahun mencapai umur 48 tahun (D_y).



Gambar 4.4: Nilai Dy

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot D_y dari usia 28 tahun sampai 48 tahun terus mengalami penurunan. Artinya semakin bertambahnya usia dari x maka nilai tunai dari pembayaran D_x semakin menurun.

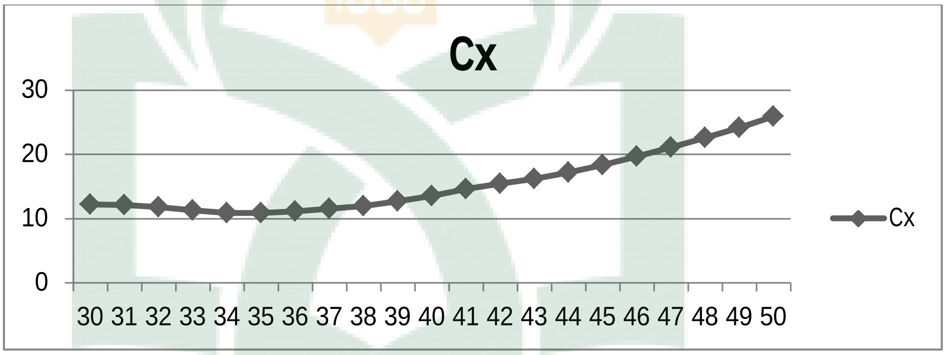
c. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi *joint life* dengan banyaknya yang hidup pada usia 30 dan 28 tahun sampai rentan waktu 20 tahun (D_{xy}).



Gambar 4.5: Nilai Dxy.

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot D_{xy} dari usia 30 tahun dan 28 tahun selama 20 tahun terus mengalami penurunan. Artinya semakin bertambahnya usia dari masing-masing x dan y maka nilai tunai dari pembayaran D_{xy} semakin menurun.

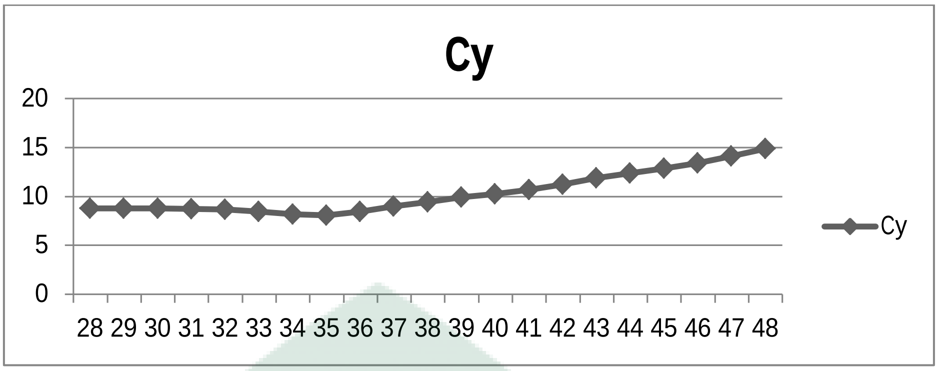
d. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi untuk usia laki-laki (x) = 30 tahun dengan jumlah yang meninggal pada usia 30 tahun (C_x).



Gambar 4.6: Nilai Cx

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot C_x dari usia 30 tahun sampai 50 tahun. terlihat nilai dari C_{30} sampai C_{35} mengalami penurunan dan nilai dari C_{36} sampai C_{50} terus mengalami peningkatan. Artinya nilai tunai dari pembayaran C_x walaupun mengalami peningkatan seiring bertambahnya usia dari x tapi di masa 5 tahun pertama mengalami penurunan walaupun tidak signifikan.

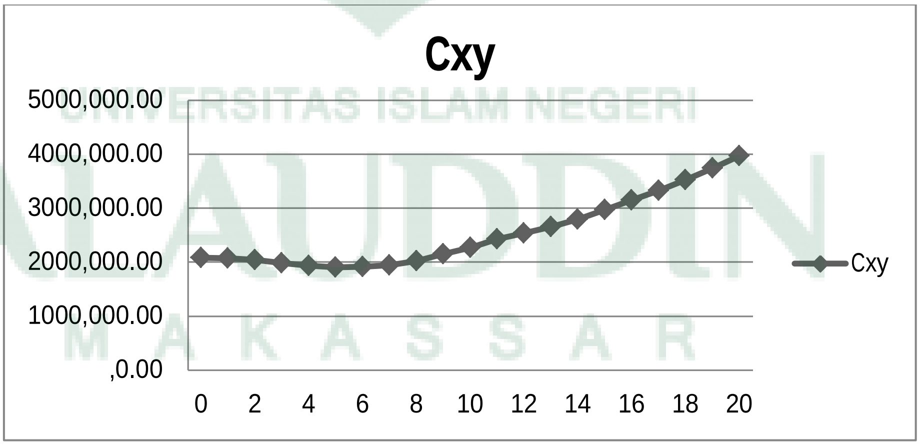
e. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi untuk usia laki-laki (y) = 28 tahun dengan jumlah yang meninggal pada usia 28 tahun (C_y).



Gambar 4.7: Nilai Cy

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot C_y dari usia 28 sampai usia ke-48 tahun. terlihat antara C_{28} sampai C_{29} ada peningkatan walaupun tidak terlalu berarti. Kemudian plotnya dari C_{29} sampai C_{35} mengalami penurunan dan nilai dari C_{36} sampai C_{48} mengalami peningkatan.

f. Menghitung nilai tunai pembayaran asuransi *joint life* dengan jumlah yang meninggal pada usia awal x = 30 dan y = 28 tahun selama n = 20 tahun kedepan (C_{xy}).

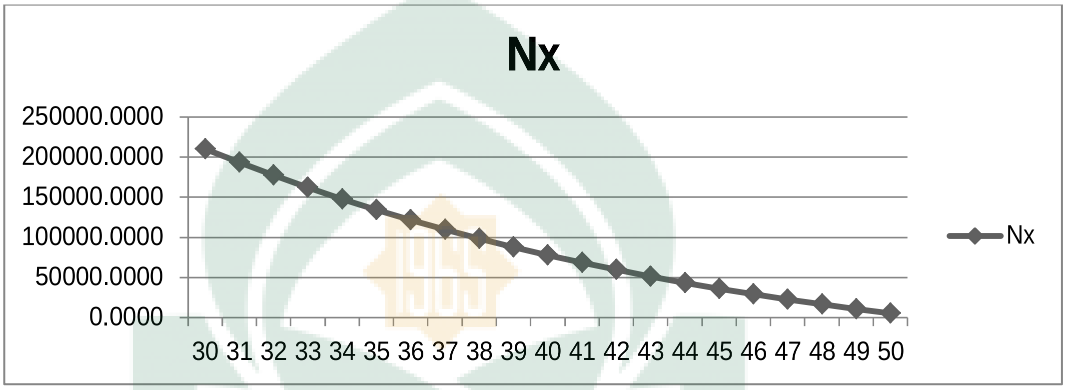


Gambar 4.8: Nilai Cxy.

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot C_{xy}. terlihat antara tahun ke-0 sampai tahun ke-5 mengalami penurunan atau dimulai dari $C_{30;28}$ sampai $C_{35;33}$.

Selanjutnya ada peningkatan dimulai dari tahun ke-6 sampai tahun ke-20 atau dari $C_{36;34}$ sampai C_{5048}.

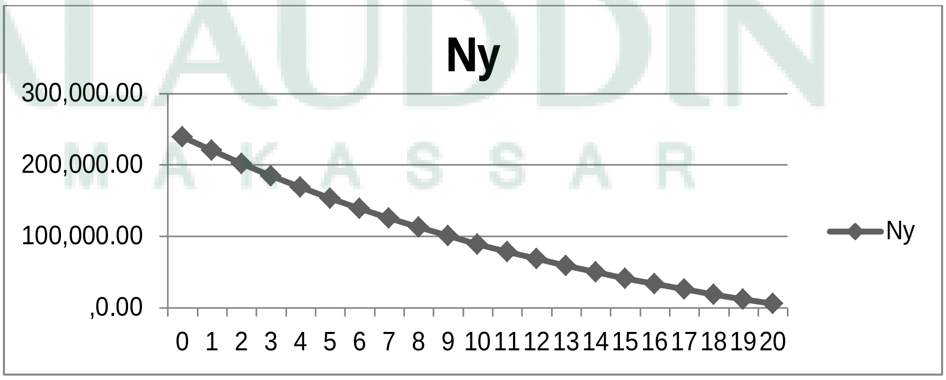
g. Menghitung nilai dari N_x dengan cara menghitung nilai akumulasi dari D_{x+k} dengan $k = 0$ sampai dengan $w = 20$ tahun.



Gambar 4.9: Nilai Nx

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot N_x dari usia 30 tahun sampai 50 tahun terus mengalami penurunan. Artinya semakin bertambahnya usia dari x maka nilai tunai dari pembayaran N_x semakin menurun.

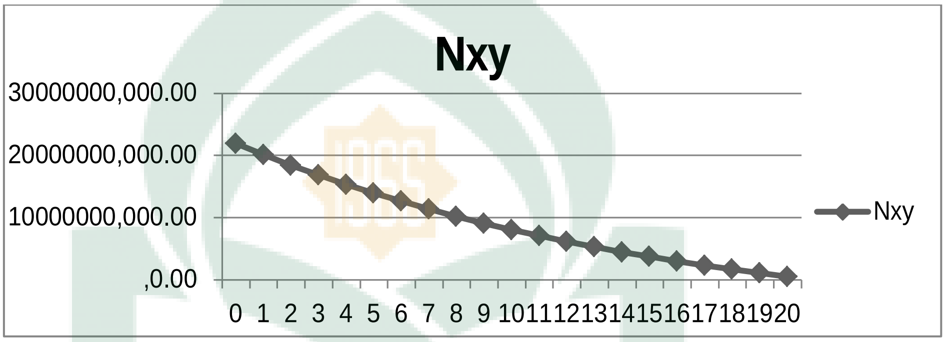
h. Menghitung nilai dari N_y dengan cara menghitung nilai dari akumulasi dari D_{y+k} dengan $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.



Gambar 4.10: Nilai Ny.

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot N_y dari usia 28 tahun sampai 48 tahun terus mengalami penurunan. Artinya semakin bertambahnya usia dari x maka nilai tunai dari pembayaran N_y semakin menurun.

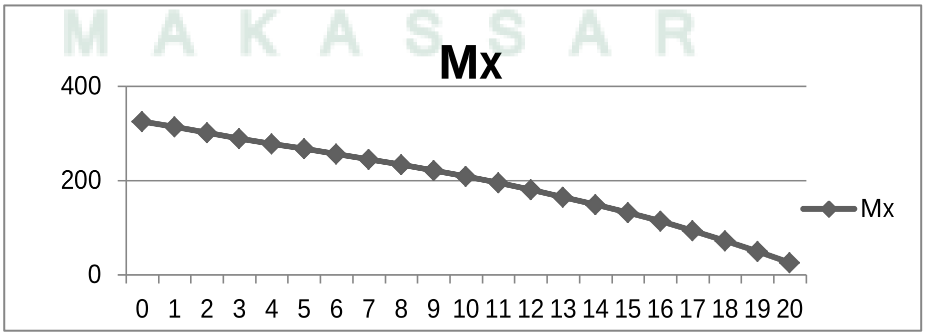
i. Menghitung nilai dari N_{xy} dengan cara menghitung nilai akumulasi dari D_{xy+k} dengan $k = 0$ sampai dengan $w = 20$ tahun.



Gambar 4.11: Nilai Nxy.

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot N_{xy} dari usia 30 dan 28 selama 20 tahun. Terlihat plot N_{xy} terus mengalami penurunan. Artinya semakin bertambahnya usia dari x dan y maka nilai tunai dari pembayaran N_{xy} semakin menurun.

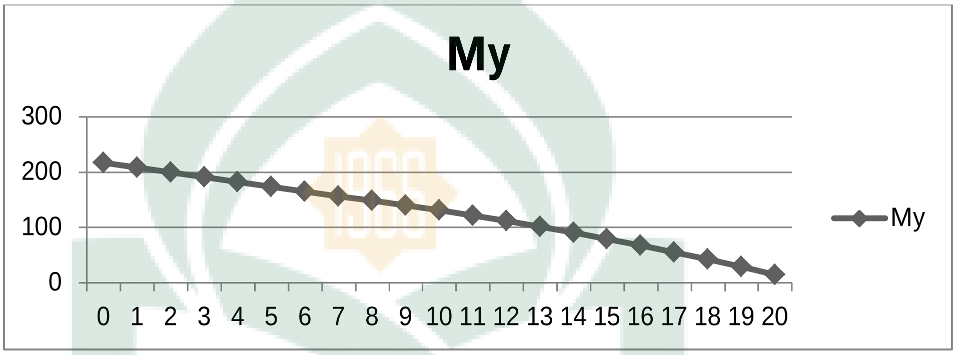
j. Menghitung nilai dari M_x dengan cara menghitung akumulasi dari nilai C_{x+k} dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.



baGambar 4.12: Nilai Mx

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot M_x dari usia 30 tahun sampai 50 tahun terus mengalami penurun. Artinya semakin bertambahnya usia dari x maka nilai tunai dari pembayaran M_x semakin menurun.

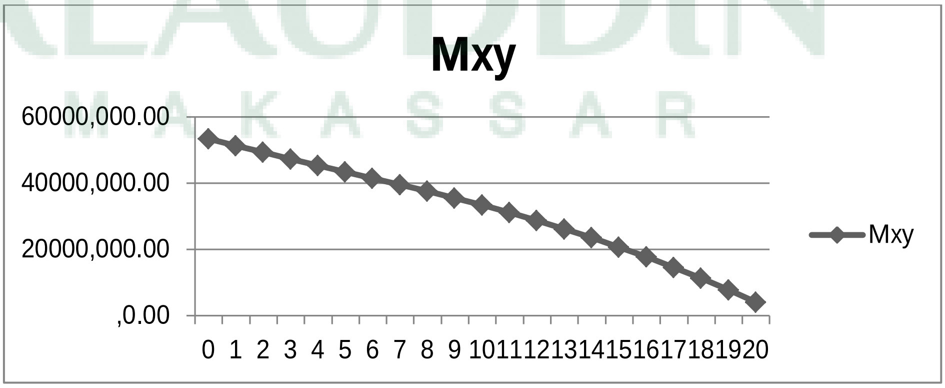
k. Menghitung nilai dari M_y dengan cara menghitung akumulasi dari nilai C_{y+k} dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.



Gambar 4.13: Nilai My

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot M_y dari usia 28 tahun sampai 48 tahun terus mengalami penurunan. Artinya semakin bertambahnya usia dari y maka nilai tunai dari pembayaran M_y semakin menurun.

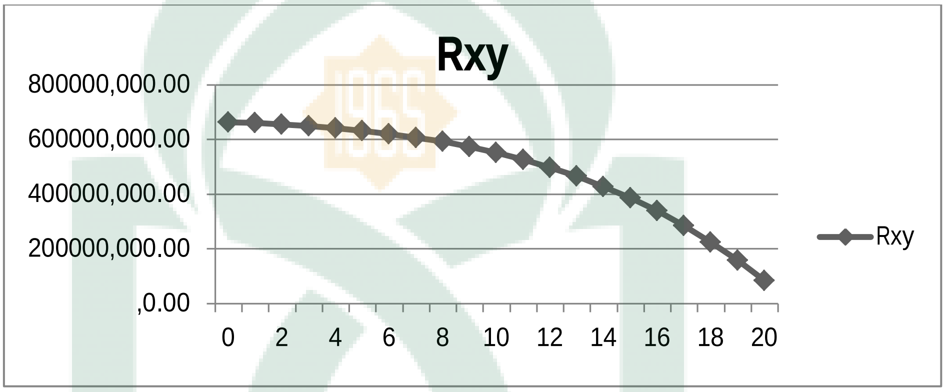
l. Menghitung nilai dari M_{xy} dengan cara menghitung akumulasi dari nilai C_{xy+k} dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.



Gambar 4.14: Nilai Mxy

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot M_{xy} dari usia 30 tahun dan 28 tahun selama 20 tahun terus mengalami penurunan. Artinya semakin bertambahnya usia dari masing-masing x dan y maka nilai tunai dari pembayaran M_{xy} semakin menurun.

m. Menghitung nilai dari R_{xy} dengan cara menghitung akumulasi dari nilai $k+1C_{x+k}$ dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 20$.



Gambar 4.15: Nilai Rxy.

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot R_{xy} dari usia 30 tahun dan 28 tahun selama 20 tahun terus mengalami penurunan. Artinya semakin bertambahnya usia dari masing-masing x dan y maka nilai tunai dari pembayaran R_{xy} semakin menurun.

2. Menghitung nilai sekarang aktuaria dari asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka-n tahun.

Pada perhitungan premi tunggal dari asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka-n tahun disimbolkan $A_{xy:\overset{1}{n]}}$ dengan $x = 30$ tahun dan $y = 28$ tahun selama jangka $n = 20$ tahun. diperoleh nilainya $A_{30;28:\overset{1}{20]}}$ yaitu sebesar $0{,}293700855$.

3. **Menghitung nilai sekarang aktuaria dari anuitas hidup awal yang ditunda n tahun.**

Pada perhitungan anuitas awal tertunda dari laki-laki (x) yang disimbolkan ${}_{n}|\ddot{a}_{x}$ dengan $x = 30$ tahun tertunda selama $n = 20$ tahun diperoleh ${}_{20}|\ddot{a}_{30}$ yaitu sebesar $0{,}300172392$.

Pada perhitungan anuitas awal tertunda dari perempuan (y) yang disimbolkan ${}_{n}|\ddot{a}_{y}$ dengan $y = 28$ tahun tertunda selama $n = 20$ tahun diperoleh ${}_{20}|\ddot{a}_{28}$ yaitu sebesar $0{,}305082400$.

4. **Menghitung nilai sekarang aktuaria dari anuitas hidup awal *joint life* berjangka.**

Pada perhitungan anuitas hidup awal berjangka dengan usia dari pemegang polis *joint life* yaitu dari laki-laki $x = 30$ tahun dan perempuan $y = 28$ tahun dengan jangka waktu pertanggungan $n = 20$ tahun disimbolkan $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$ sehingga diperoleh $\ddot{a}_{30;28:\overline{20}|}$ yaitu sebesar $11{,}987818344$.

5. **Menghitung nilai sekarang aktuaria dari asuransi *joint life* berjangka n tahun dengan *benefit* meningkat.**

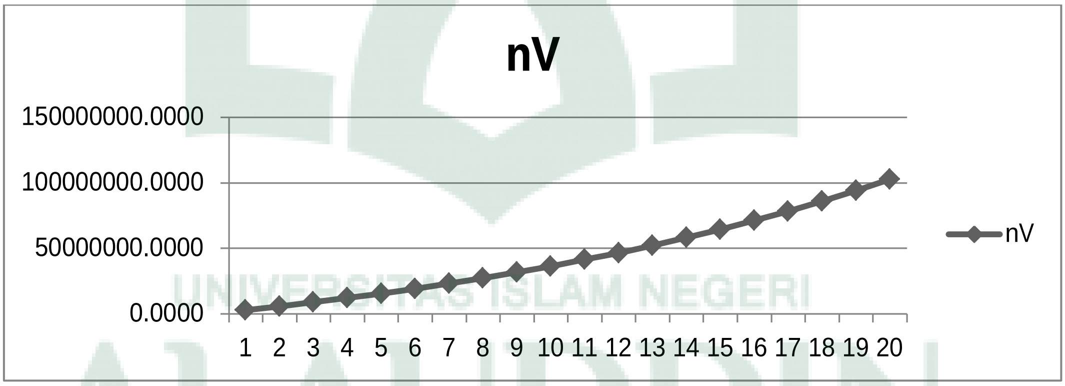
Pada perhitungan premi tunggal bersih *joint life* berjangka $n = 20$ tahun dengan *benefit* meningkat dengan simbol $(IA)^{1}_{xy:\overline{n}|}$ dengan memanfaatkan simbol komutasi pada persamaan (2.79), nilai dari simbol komutasi yang ada pada persamaan tersebut dapat dilihat pada lampiran 8 dan 5. Proses dari simbol komutasi tersebut maka diperoleh hasil dari $(IA)^{1}_{3028:\overline{20}|}$ yaitu sebesar $0{,}373806059$.

6. **Menghitung premi tahunan pada asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka-n tahun.**

Pada perhitungan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna murni berjangka-n = 20 tahun dengan memanfaatkan data-data yang ada seperti jumlah santunan dan nilai-nilai yang didapat sebelumnya pada proses perhitungan pada langkah ke-2, ke-3, ke-4, dan ke-5.

7. **Menghitung nilai cadangan premi tahunan dengan menggunakan formula cadangan retrospektif.**

Perhitungan nilai cadangan premi dengan menggunakan metode retrospektif dengan lama pertanggungan 20 tahun di simbolkan dengan ${}_nV$ dimana n = $1,2,\dots 20$.



Gambar 4.16: Nilai Cadangan (${}_nV$).

Pada gambar grafik di atas menunjukkan plot ${}_nV$ dari tahun ke-tahun terus-menerus mengalami peningkatan selama 20 tahun karna dalam tahun tersebut perusahaan masih menerima premi. Dapat dilihat pada plot ${}_nV$ yang terus mengalami peningkatan. Artinya semakin bertambahnya tahun maka jumlah cadangan terus mengalami peningkatan.

BAB V

PENUTUP

A. *Kesimpulan*

Penelitian ini membahas perhitungan cadangan premi untuk asuransi *joint life* pada asuransi dwiguna murni berjangka dengan menggunakan metode retrospektif dimana premi pertahunnya mengalami modifikasi sehingga santunannya tidak hanya diperoleh apabila kedua peserta asuransi hidup mencapai akhir tahun kontrak. Namun, baik keduanya meninggal sebelum sampai akhir tahun kontrak ataupun salah-satu dari keduanya meninggal sebelum mencapai akhir tahun kontrak, tetap akan mendapatkan manfaat berupa uang pertanggungan. Dengan hasil penelitian yang diperoleh dari tertanggung dengan profil terdiri dari sepasang suami-istri yang yang usia awal suami 30 tahun dan istri 28 tahun dengan batas pembayaran dan penanggungan selama 20 tahun dengan tingkat bunga 6% pertahunnya, yaitu; diperoleh hasil perhitungannya dengan besar santunan $Rp. 100.000.000$ adalah sebesar $Rp. 102.742.094,3398$ dengan besar premi pertahunnya adalah konstan sampai akhir kontrak sebesar $Rp. 2.605.709,2833$ jumlah preminya sudah mencakup uang pertanggungan yang sebesar $Rp. 50.000.000$ dibayarkan dimulai pada akhir tahun kontrak dengan syarat jika salah satu dari (x) dan (y) meninggal dunia sebelum mencapai 20 tahun masa kontrak. namun jika keduanya meninggal sebelum mencapai akhir tahun maka, ahli warisnya mendapatkan uang pertanggungan sebesar premi yang dibayarkan.

B. Saran

Pada penelitian ini hanya membahas cadangan premi asuransi *joint life* dengan metode retrospektif . Dimana jenis asuransi yang digunakan adalah asuransi dwiguna murni berjangka dan premi yang digunakan bersifat tahunan. Sehingga disarankan kepada penelitian selanjutnya untuk mencari cadangan asuransi yang jumlah tertanggungnya lebih dari dua dengan jenis asuransi yang berbeda seperti seumur hidup, dwiguna berjangka, dan asuransi berjangka. Kemudian premi yang digunakan disarankan bersifat bulanan.

DAFTAR PUSTAKA

Achdijat, Didi. 1993. *Teknik Pengelolaan Asuransi Jiwa*. Jakata: Gunadarma.

Ali, A.Hasymi. 2003. *Pengantar Asuransi*. Jakarta: Bumi Aksara.

Bowers, Newton L.Jr. 1997. Dkk. *Actuarial Mathematics.* Scaumburg Illinois:The Society of Actuaries.

Departamen Agama RI. 2006. *Al-Qura'an dan Terjemahannya*. Surabaya: CV. Pustaka Agung Harapan.

Effendhie, Adhitya Ronnie. 2015. *Matematika Aktuaria dengan Software R.* Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

Fauziah, Irma. 2013. *Perhitungan Premi Asuransi Jiwa Dwiguna Pasutri Sebagai Penerapan Pembelajaran Matematika Ekonomi*. Jurnal Phenomenom Vol.1. Jakarta: FST Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta.

Gerber, Hans U. 1997. *Life Insuransce Mathematics*. Germany: Springer Berlin Heideberg.

Kamal, Ihsan dkk. 2010. *Penentuan Premi Tahunan pada Asuransi Joint Life dengan Menggunakan Anuitas Reversionary*, vol.3, No.4. Jurnal Matematika. Padang: FMIPA Universitas Andalas.

Liputang6. *Bisnis*. https://www.liputan6.com/bisnis/read/2849322/ini-faktor-bikin-ajb-bumiputera-kena-masalah./#Diakses tanggal 20 oktober 2018.

Reskiana, 2018. *Penentuan cadangan Premi Asuransi jiwa Tahunan dengan Metode Illionis*, Skripsi. Makassar: FST Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar.

Safitri, Retno. 2017. *Perhitungan Nilai Cadangan Asuransi Jiwa Seumur Hidup Dengan Metode Zillmer dan Fackler*. Skripsi. Bandar Lampung: FMIPA Universitas Lampung.

Salim, Abbas. 2000. *Asuransi dan Manejemen Resiko*. Jakarta: PT. RajaGrafindo Persada.

Shihab, M. Quraish. 2012. *Tafsir Al-Misbah Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an*. Jakarta: Lentera hati.

Subarda, I Gede Bagus Pasek, dkk. *Menentukan Formula Premi Tahunan Tidak Konstan Pada Asuransi Joint Life*, Jurnal Matematika Vol.4. Bukit Jimbaran: FMIPA Universitas Udayana.

Yosia, Bella. 2016. *Penentuan Premi Tahunan Konstan dan Cadangan Benefit pada Asuransi Joint life*. Skripsi. Bogor: FMIPA Universitas Pertanian Bogor.

Yulia, Aida. 2009. *Matematika Keuangan*. Banda Aceh: Fakultas Ekonomi Universitas Syiah Kuala Darussalam.

RIWAYAT HIDUP

Nama Harullah lahir pada tanggal 27 juli 1992 di mangatti merupakan salah satu desa yang berada di kecamatan pasimasunggu, pulau tanah jampea yang letaknya berada dalam wilayah teritorial kabupaten kepulauan selayar. Anak ke-empat dari lima bersaudara dari pasangan suami istri Hasan dan Patima.

Memulai pendidikan formalnya di SDN No. 61 Labuang Mangatti dan lulus pada tahun 2006. Kemudian pada tahun yang sama melanjutkan kejenjang yang lebih tinggi di SMPN 1 Benteng Jampea, dan sekitar satu-setengah tahun menjalani pendidikan di sekolah tersebut kemudian pindah sekolah ke kota kabupaten lantaran jarak tempuh dari rumah ke sekolah yang terlalu jauh yaitu SMPN 1 Benteng Selayar dan tamat pada sekolah tersebut pada tahun 2009. Pada tahun yang sama masuk ke sekolah SMAN 1 Benteng Selayar dan menamatkan diri pada tahun 2012. Kemudian pada tahun tersebut masuk ke salah satu universitas islam di makassar yaitu UIN-alauddin Makassar dengan mengambil jurusan matematika dengan konsentrasi keuangan pada fakultas Sains dan Teknologi pada program studi Reguler-S1.

Penulis menyelesaikan studinya di universitas tersebut pada tahun 2019 dengan judul penelitian *"Penentuan Cadangan Premi Untuk Asuransi Joint Life Dwiguna Murni Berjangka Dengan Metode Retrospektif"*. .

Sekian, *Assalamualaikum Warahmatullahi Wabaraqatuh.*